

Esercizi sulle lezioni 26 - 28

1. Una vecchia cava profonda 55 m è allagata da 15000 metri cubi d'acqua. Che lavoro è necessario compiere per sollevare tutta l'acqua al livello del terreno?
2. La cava dell'esercizio precedente viene svuotata con una pompa di potenza 20 kW che lavora per una settimana intera. Qual è il rendimento della pompa?
3. Una macchina termica preleva dalle sorgenti calde un'energia di 12 kJ e produce un lavoro di 950 J. Qual è il suo rendimento?
4. Una macchina termica preleva dalle sorgenti calde un'energia di 7.3 kJ, ma per produrre lavoro deve cedere alle sorgenti fredde un'energia di 5.9 kJ. Qual è il suo rendimento?
5. Usiamo una macchina termica che ha il rendimento del 15% per sollevare una trave di massa 2300 kg ad un'altezza di 37 m. Quanta energia dobbiamo prelevare dalle sorgenti calde per compiere questa operazione? Quanta di questa energia viene riversata nell'ambiente esterno senza alcun risultato utile?
6. L'antracite è il carbone più antico e più ricco di carbonio. Ha un potere calorifico di 36 MJ/kg, il che significa che si possono ricavare 36 MJ di energia dalla combustione di un kg di antracite. Quanto carbone, come minimo, occorre bruciare per mantenere accesa una lampadina da 100 W per un mese di fila?
7. Torniamo alla lampadina dell'esercizio precedente. In realtà l'energia elettrica viene prodotta da centrali che, nel caso di centrali termiche, difficilmente superano il rendimento del 40%. Nel migliore dei casi, quindi, quanto carbone occorre?
8. Il gas naturale ha un potere calorifico di circa 48 MJ/kg. Se una grossa pentola contiene 5 kg d'acqua alla temperatura di 18 °C, quanto gas dobbiamo bruciare per portarla alla temperatura di ebollizione? Una volta raggiunta la temperatura di ebollizione, quanto gas dobbiamo bruciare per farla evaporare tutta? Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua è 2.3 MJ/kg, cioè occorrono 2.3 MJ di energia per vaporizzarne la massa di 1 kg.
9. Riferiamoci alla figura 26.6 che descrive i flussi termici di un frigorifero. Si chiama coefficiente di prestazione il rapporto q/L , cioè la quantità di energia che il frigorifero è in grado di sottrarre alla cella, rapportata all'energia che il frigorifero utilizza per il suo funzionamento. Se il manuale ci informa che il frigorifero ha coefficiente di prestazione pari a 3.5, qual è il significato di questa informazione?
10. Un ristorante usa un frigorifero con coefficiente di prestazione pari a 4.1, e lo riempie con 60 bottiglie d'acqua da 1 L, alla temperatura di 22 °C. Quanta energia occorre per portare tutta l'acqua alla temperatura di 6 °C? Quanto tempo occorre per raffreddare l'acqua, se la potenza del frigorifero è di 650 W?
11. Torniamo al frigorifero dell'esercizio precedente. Quanta energia ha riversato

nell'ambiente esterno per raffreddare l'acqua?

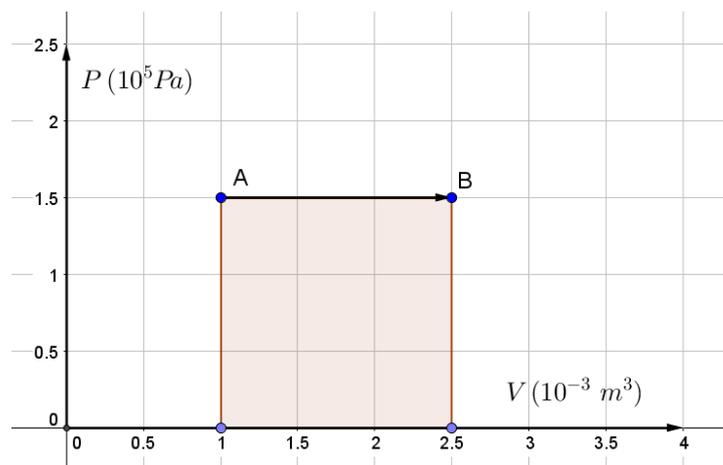
12. Ancora sullo stesso frigorifero. Supponiamo che sia collocato in uno sgabuzzino di volume 10 m^3 , privo di finestre e difficile da aerare. L'aria, come sappiamo, ha una densità di circa 1 kg/m^3 , e un calore specifico di circa $1000 \text{ J/kg/}^\circ\text{C}$. Di quanto si scalda l'aria dello sgabuzzino mentre l'acqua si raffredda?

13. Qual è l'energia interna di una mole di neon che si trova alla temperatura di $22 \text{ }^\circ\text{C}$?

14. Qual è l'energia interna di 1 kg di vapore d'acqua alla temperatura di $130 \text{ }^\circ\text{C}$?

15. Facciamo finta che l'aria sia tutta fatta di molecole d'azoto (in fondo è vero all'80%). Quanta energia interna contiene l'aria che riempie un'aula di $6\text{m} \times 6\text{m} \times 4\text{m}$ in un giorno d'estate in cui la temperatura raggiunge i $29 \text{ }^\circ\text{C}$?

La prossima figura mostra come si rappresenta nel piano P-V una trasformazione in cui una mole di gas monoatomico si espande a pressione costante dallo stato A allo stato B. I punti della freccia rappresentano gli stati che il gas via via attraversa:



16. questa trasformazione si chiama isobara: qual è l'etimologia del termine?

17. quali sono le temperature degli stati A e B?

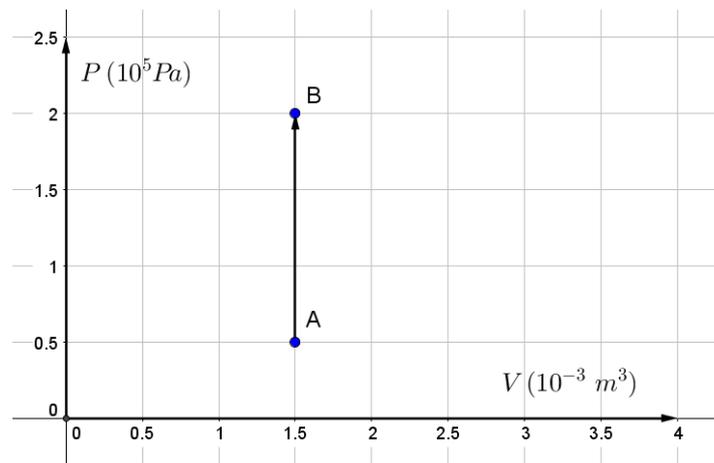
18. quali sono le rispettive energie interne?

19. di quanto varia l'energia interna nel corso della trasformazione?

20. qual è il lavoro compiuto dal gas nel corso della trasformazione?

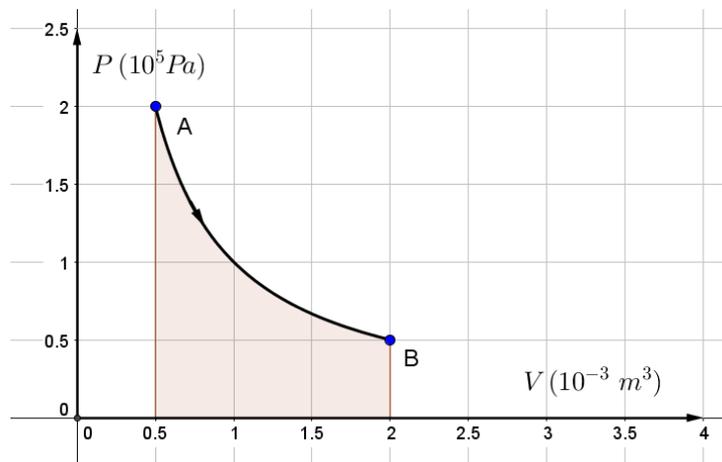
21. qual è il calore assorbito dal gas nel corso della trasformazione?

La prossima figura mostra come si rappresenta nel piano P-V una trasformazione in cui una mole di gas monoatomico si espande a volume costante dallo stato A allo stato B. I punti della freccia rappresentano gli stati che il gas via via attraversa:



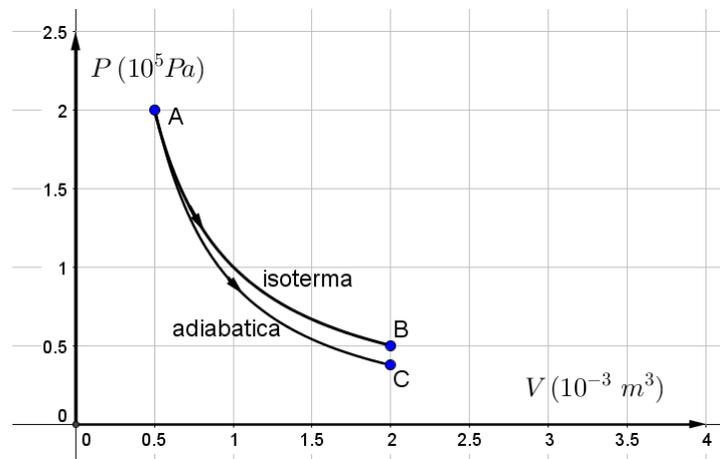
22. questa trasformazione si chiama isocora: qual è l'etimologia del termine?
23. quali sono le temperature degli stati A e B?
24. quali sono le rispettive energie interne?
25. di quanto varia l'energia interna nel corso della trasformazione?
26. qual è il lavoro compiuto dal gas nel corso della trasformazione?
27. qual è il calore assorbito dal gas nel corso della trasformazione?

La prossima figura mostra come si rappresenta nel piano P-V una trasformazione in cui una mole di gas monoatomico si espande a temperatura costante dallo stato A allo stato B. I punti della freccia rappresentano gli stati che il gas via via attraversa:



28. questa trasformazione si chiama isoterma: qual è l'etimologia del termine?
29. quali sono le temperature degli stati A e B?
30. quali sono le rispettive energie interne?
31. di quanto varia l'energia interna nel corso della trasformazione?
32. che relazione intercorre tra la pressione P e il volume V?
33. con quale formula possiamo esprimere P in funzione di V?
34. calcola in modo approssimato il valore dell'area evidenziata nella figura, compresa tra il grafico dell'isoterma e l'asse delle ascisse. Per esempio puoi approssimarla con due trapezi opportunamente scelti.
35. qual è il lavoro compiuto dal gas nel corso della trasformazione? Se sai calcolare un opportuno integrale puoi rispondere in modo esatto, altrimenti puoi rispondere utilizzando il risultato ottenuto al punto precedente
36. qual è il calore assorbito dal gas nel corso della trasformazione?

La prossima figura mette a confronto una trasformazione isoterma $A \rightarrow B$ con una trasformazione $A \rightarrow C$ che, a partire dallo stesso stato iniziale A , vede una mole di gas monoatomico espandersi fino allo stesso volume, senza però scambiare calore con l'ambiente esterno. La trasformazione $A \rightarrow C$ si chiama adiabatica.



L'adiabatica, come si vede, ha pendenza maggiore rispetto all'isoterma. Durante l'isoterma, infatti, il lavoro fatto dal gas viene compensato da un'uguale quantità di calore acquistata, in modo che energia interna e temperatura restano costanti. Durante l'adiabatica ciò non accade, e l'energia interna del gas diminuisce.

37. Valuta, in base alle coordinate del punto C , la temperatura finale e l'energia interna del gas dopo che ha terminato di espandersi adiabaticamente.

38. Usando il primo principio valuta l'area compresa tra l'asse delle ascisse e il grafico dell'adiabatica: valuta cioè il lavoro fatto durante questa espansione. Puoi rispondere usando i risultati dei problemi 33 e 34

39. Ritorniamo alla pentola dell'esercizio 8: contiene 5 kg d'acqua e, raggiunta la temperatura di ebollizione, viene lasciata sul fuoco fino alla completa vaporizzazione del liquido. Nel corso di questo processo acqua e ambiente non cambiano la loro temperatura: 100 °C la prima, 22 °C il secondo. (a) Quanto calore è ceduto dall'acqua all'ambiente? (b) Di quanto cambia l'entropia dell'acqua? (c) E quella dell'ambiente? (d) Qual è la variazione di entropia dell'universo? (e) Il risultato che hai ottenuto risulta in accordo con il secondo principio della termodinamica?

40. Un congelatore con coefficiente di prestazione pari a 4 viene usato per produrre ghiaccio. Al suo interno vengono introdotti 40 kg d'acqua che si trova già alla temperatura di solidificazione, e vengono lasciati al suo interno fino a che tutta l'acqua si è solidificata. Nel corso del processo acqua e ambiente mantengono inalterata la loro temperatura: 0 °C la prima, 22 °C il secondo. (a) Quanta energia viene ceduta dall'acqua all'ambiente? (b) Quanta energia viene impiegata dal congelatore e riversata nell'ambiente esterno? (c) Quanta energia si riversa complessivamente nell'ambiente? (d) Di quanto cambia l'entropia dell'acqua? (e) E quella dell'ambiente? (f) Di quanto cambia l'entropia dell'universo?

41. Una miscela di acqua e ghiaccio, la cui temperatura è $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, è in contatto con l'ambiente esterno alla temperatura di $22\text{ }^{\circ}\text{C}$. Che cosa ci sarebbe di sbagliato, da un punto di vista entropico, se dopo qualche minuto scopriremmo che parte dell'acqua è congelata, in modo da avere 1 kg di ghiaccio in più?

42. Metto nella cella freezer del frigorifero 2 kg di acqua alla temperatura di $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. La cella è alla temperatura di $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, l'ambiente esterno è a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Qual è il valore minimo dell'energia che occorre fornire al frigorifero per far congelare tutta l'acqua? Se il compressore del frigorifero ha una potenza di 200 W , quanto tempo ci vuole, come minimo, per far congelare tutta l'acqua?

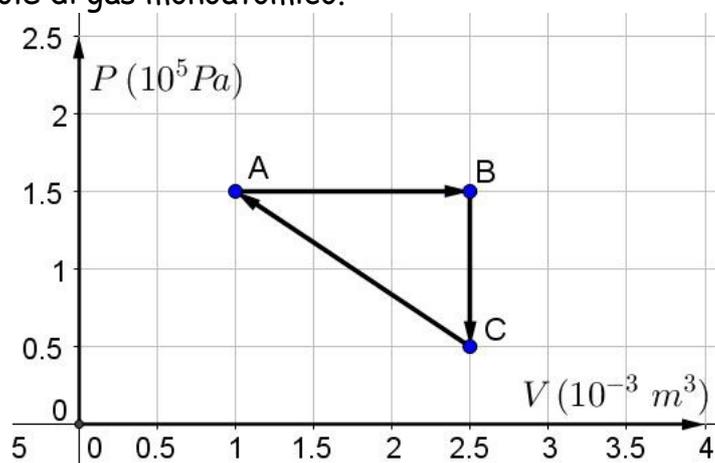
43. Un ingegnere sostiene di aver costruito una macchina termica che è in grado di prelevare 1 MJ di energia da un'unica sorgente calda alla temperatura $T_1 = 300\text{ K}$, convertendone in lavoro una quota pari 400 kJ , restituendo la parte restante ad un'unica sorgente fredda, che si trova alla temperatura di 200 K . Ci credete? Perché?

44. Un'automobile di massa 1300 kg viaggia alla velocità di 100 km/h . Avvicinandosi al casello la macchina frena poco alla volta, in modo che freni e gomme non si scaldino, ma tutta l'energia cinetica venga dispersa nell'ambiente esterno, che si trova alla temperatura di $12\text{ }^{\circ}\text{C}$. Di quanto cambia l'entropia dell'universo durante la frenata?

I prossimi esercizi sono affrontabili da chi ha studiato l'approfondimento sui cicli termodinamici.

45. In un ciclo rappresentato nel piano di Clapeyron da un rettangolo con i lati paralleli agli assi, una mole di gas biatomico, inizialmente alla pressione di $2 \cdot 10^5\text{ Pa}$, viene riscaldata a volume costante da $T_1 = 300\text{ K}$ a $T_2 = 500\text{ K}$. Successivamente il gas si espande a pressione costante aumentando la sua energia interna di 5 kJ e, infine, al gas viene fatto completare il ciclo rettangolare. Calcolate il rendimento del ciclo.

La figura che segue mostra un ciclo triangolare, fatto di trasformazioni reversibili, compiute da una mole di gas monoatomico.



46. Quali sono la temperatura e l'energia interna di ciascuno stato?
47. Quali sono la variazione di energia interna, il lavoro compiuto e il calore scambiato in ciascuna delle tre trasformazioni?
48. Qual è il rendimento del ciclo?
49. Quali sono la temperatura minima e quella massima raggiunte nel corso del ciclo?
50. Quale sarebbe il rendimento di una macchina di Carnot reversibile che operasse tra due sole sorgenti, una alla temperatura minima, l'altra a quella massima?
-

I prossimi esercizi sono affrontabili da chi ha studiato l'approfondimento su entropia e disordine.

51. Metto, nella stanza a 20 °C, un becker che contiene 1 kg di acqua alla temperatura di 80 °C. Dopo qualche ora controllo la situazione: l'ambiente è sempre a 20 °C, e anche l'acqua è scesa alla stessa temperatura. Nel corso di questo processo di quanto è cambiata l'entropia dell'ambiente? E quella dell'acqua? In conclusione: di quanto cambia l'entropia dell'universo?

Nel problema precedente, come nei due successivi, c'è una difficoltà nuova. L'acqua che si raffredda cede energia e entropia all'ambiente, ma *non lo fa in modo isoterma*: la sua temperatura, infatti, diminuisce nel corso del processo. La soluzione consiste nel suddividere il processo in un numero grandissimo di piccoli passi, in ciascuno dei quali si verifica un cambiamento impercettibile: ogni minima cessione dQ di energia provoca una variazione dT di temperatura, e una minima variazione di entropia $dS = dQ / T = m \cdot c \cdot dT / T$. La variazione di entropia dell'acqua si calcola SOMMANDO tutte le minime variazioni che essa subisce nel corso del raffreddamento, cioè facendo un integrale:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f \frac{m \cdot c \cdot dT}{T} = m \cdot c \cdot \int_i^f \frac{dT}{T} = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_f}{T_i}$$

Nel problema 51 il processo avviene in un'unica fase, da 80 °C a 20 °C. Nei prossimi due problemi lo stesso processo è suddiviso in più fasi: per ciascuna di esse si tratta naturalmente di calcolare un integrale analogo.

52. Per raffreddare lo stesso becker d'acqua del problema precedente uso un modo differente: prima lo metto in una stanza a 50 °C, aspetto che l'acqua si porti a quella temperatura, poi lo metto nella stanza a 20 °C. Di quanto cambia l'entropia dell'universo se procedo in questo modo?

53. Raffreddiamo lo stesso becker in modo ancor più complicato: prima in un ambiente a 60 °C, poi in uno a 40 °C, infine in uno a 20 °C. Di quanto cambia l'entropia dell'universo? Confrontando i risultati degli ultimi 3 problemi puoi trarre conclusioni di carattere generale? Che cosa succederebbe se raffreddassimo l'acqua da 80 °C a

20 °C facendola passare attraverso una successione di ambienti a 79 °C, a 78 °C, a 77 °C, ... e così via, un grado alla volta fino a raggiungere i 20 °C?

54. Due moli di azoto subiscono una espansione isoterma reversibile nel corso della quale il loro volume triplica. Di quanto cambia l'entropia del gas? Come cambierebbe il risultato se invece di azoto si trattasse di biossido di carbonio?

55. Nell'approfondimento si contano le configurazioni di un gas fatto di 4 molecole soltanto, che possono trovarsi o nella metà destra o in quella sinistra del contenitore. Fai lo stesso calcolo per un gas di tre molecole, compilando una tabella analoga.

56. Stesso problema, questa volta con un gas di 5 molecole.

57. Qual è l'entropia di un sistema al quale è accessibile un unico microstato?

58. Qual è l'entropia di un sistema al quale sono accessibili un milione di microstati?

59. In una trasformazione il numero di microstati possibili di un sistema termodinamico diventa un milione di volte più grande. Qual è la variazione di entropia del sistema?

60. Usa WolframAlpha per completare la tabella che segue:

N	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
$\ln(N!)$						
$N\ln(N)-N$						

61. Qual è la precisione dell'approssimazione di Stirling per ciascuno dei 6 valori di N? In altre parole: qual è, in ciascun caso, la differenza tra valore esatto e valore approssimato?

62. Una mole di gas ideale si trova in uno stato piuttosto ordinato: il 90% delle molecole sta nella metà di destra del contenitore, solo il 10% nella metà di sinistra. Qual è l'entropia del gas in questo stato?

63. In un tempo brevissimo il gas del problema precedente si porta in uno stato molto più disordinato: le molecole occupano cioè in modo uniforme tutto il volume del recipiente. Qual è ora la nuova entropia del gas? E' aumentata o diminuita rispetto a prima?