Lezione 37: Il potenziale elettrico

37.1. Il potenziale gravitazionale

In questo ciclo di lezioni dedicate ai fenomeni elettrici ci è spesso capitato di cominciare la descrizione di un nuovo argomento partendo dalla descrizione del suo equivalente gravitazionale. Ciò è ragionevole e utile, perché abbiamo visto che ci sono profonde analogie tra queste due classi di fenomeni. Anche in questa lezione procederemo allo stesso modo: l'argomento che vogliamo trattare è il potenziale elettrico, ma cominceremo parlando di potenziale gravitazionale.
Nella lezione 15 parlammo di *energia potenziale gravitazionale*: possiamo ripassarne la definizione considerando la prossima figura (►fig.37.1a)

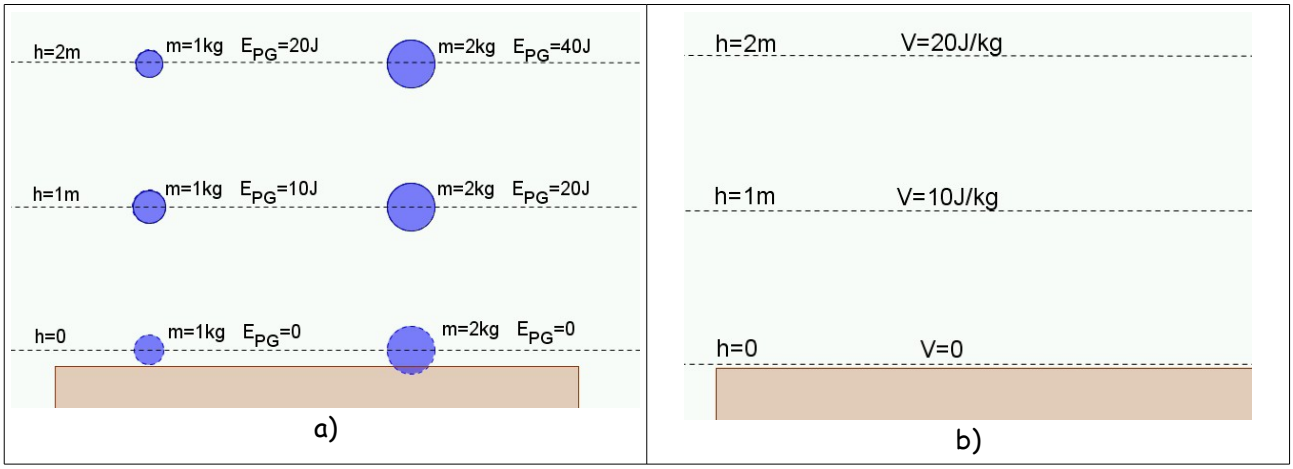

Fig.37.1 a) energia potenziale gravitazionale per diverse masse poste a quote differenti
b) potenziale gravitazionale a quote differenti

L'energia potenziale (E_{PG} = mgh) di un corpo si misura a partire da un livello di riferimento scelto in modo arbitrario. In figura abbiamo scelto come riferimento il livello del terreno. L'energia potenziale, a parità di massa, cresce proporzionalmente alla quota da terra, mentre a parità di quota cresce proporzionalmente alla massa del corpo.
Se descriviamo un campo gravitazionale prendendo una massa di prova, collocandola in un punto P, e misurando l'energia potenziale che essa ha rispetto al livello di riferimento, l'energia che otteniamo non è una buona descrizione degli effetti che il campo produce nel punto P. L'energia, infatti, dipende anche dalla massa di prova che abbiamo scelto. Ciò che non dipende dalla massa di prova, e che quindi costituisce una buona descrizione degli effetti che il campo produce nei vari punti dello spazio, è il rapporto tra l'energia potenziale e la massa di prova. Tale rapporto si chiama *potenziale gravitazionale*, si misura in J/kg, i suoi valori a diverse distanze da terra sono mostrati in figura (►fig.37.1b).

Il fatto che, alla quota di 2m sopra al livello scelto come riferimento, il potenziale gravitazionale della Terra sia 20 J/kg, significa che un corpo collocato a quel livello assume un'energia potenziale di 20 J per ogni kg di massa. I 20 J/kg di potenziale non sono altro che il prodotto tra l'intensità del campo (g = 10 N/kg) e la quota rispetto al livello di riferimento (h = 2 m). Infatti:

da $E_{PG} = mgh$ AND $V = E_{PG}/m$ ricaviamo $V = gh$

Se metto una massa di prova in un punto in cui il potenziale è grande, essa acquista una grande energia potenziale. Se poi la lascio libera, il campo le imprime un'accelerazione dovuta alla forza che agisce su di essa. La massa di prova si muove nella direzione del campo, verso punti a potenziale sempre più basso, punti nei quali la sua energia potenziale diventa sempre più piccola. La forza del campo compie un lavoro positivo su di essa: il suo effetto, come sappiamo, è quello di incrementare l'energia cinetica della massa di prova. L'incremento di energia cinetica è tale da compensare esattamente la diminuzione di energia potenziale: diciamo allora che l'energia meccanica si conserva.

37.2. L'energia potenziale elettrica

Avrete notato come, nel paragrafo precedente, abbiamo studiato gli effetti del campo gravitazionale limitandoci a zone di spazio poco estese: oggetti vicini tra di loro, sollevati di pochi metri rispetto al terreno. Abbiamo cioè considerato un campo gravitazionale *quasi uniforme*. Poiché questa scelta rende l'analisi più facile, è opportuno procedere allo stesso modo parlando di energia potenziale elettrica e di potenziale elettrico: per cominciare conviene limitarsi a zone di spazio in cui il campo elettrico è quasi uniforme. Già sappiamo che questa situazione si verifica tra le armature di un condensatore piano, in punti non troppo distanti dal suo centro. Proprio a questa situazione si riferisce la prossima figura (►fig.37.2).

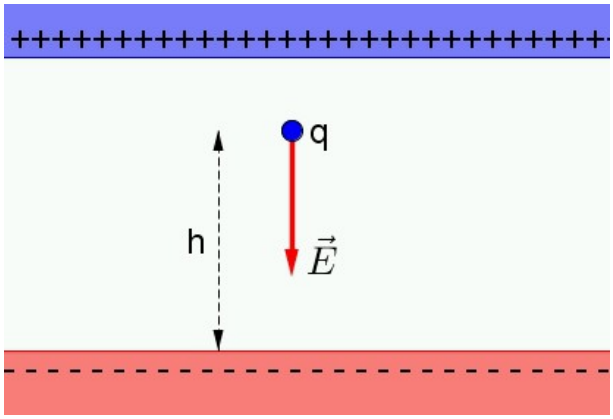

Fig. 37.2 Energia potenziale elettrica di una carica di prova in un condensatore

La carica di prova q è sottoposta ad un campo di intensità E, diretto verso l'armatura negativa. Avverte quindi una forza di modulo F = qE, ugualmente diretta. Agendo per un tratto di lunghezza h, la forza elettrica compie un lavoro L = qEh: diciamo quindi che la carica possedeva, nella sua posizione iniziale, un'energia potenziale elettrica

$$E_{PE} = qEh$$

La forza, nel compiere lavoro durante il trasporto della carica di prova dalla sua posizione iniziale verso l'armatura negativa, ne aumenta l'energia cinetica. Tale aumento avviene a spese dell'energia potenziale elettrica: nel corso del trasporto, infatti, la carica attraversa punti nei quali la sua energia potenziale è via via sempre più piccola. La somma dei due termini (cinetico e potenziale) è naturalmente costante durante il moto.

37.3. Il potenziale elettrico

In questo paragrafo stiamo per riscrivere tutto ciò che avevamo scritto nel primo. Dobbiamo soltanto cambiare un sostantivo e un aggettivo: "massa" con "carica", "gravitazionale" con "elettrico". Anche la figura di questo paragrafo (►fig.37.3) è del tutto simile alla figura 37.1: punti diversi, vicini alla superficie della Terra, son diventati punti tra le armature di un condensatore.

L'energia potenziale elettrica (E_{PE} = qEh) si misura a partire da un livello di riferimento scelto in modo arbitrario. In figura (►fig.37.3a) abbiamo scelto come riferimento l'armatura negativa: sull'armatura negativa l'energia potenziale della carica di prova è zero. L'energia potenziale, a parità di carica di prova, cresce proporzionalmente alla distanza dal livello zero, mentre a parità di distanza cresce proporzionalmente alla carica di prova.

Se descriviamo un campo elettrico prendendo una carica di prova, collocandola in un punto P, e misurando l'energia potenziale che essa ha rispetto al livello di riferimento, l'energia che otteniamo non è una buona descrizione degli effetti che il campo produce nel punto P. L'energia, infatti, dipende anche dalla carica di prova che abbiamo scelto. Ciò che non dipende dalla carica di prova, e che quindi costituisce una buona descrizione degli effetti che il campo produce nei vari punti dello spazio, è il rapporto tra l'energia potenziale e la carica di prova. Tale rapporto si chiama *potenziale elettrico*, si indica con il simbolo V e si misura in J/C. Consideriamo un possibile esempio: i valori del potenziale elettrico, a diverse distanze dal livello di riferimento, sono mostrati in figura (►fig.37.3b). Ribadiamo che si tratta soltanto di un esempio: i valori esatti dipendono dal modo in cui il condensatore è fatto, e dalla carica che c'è sulle sue armature.

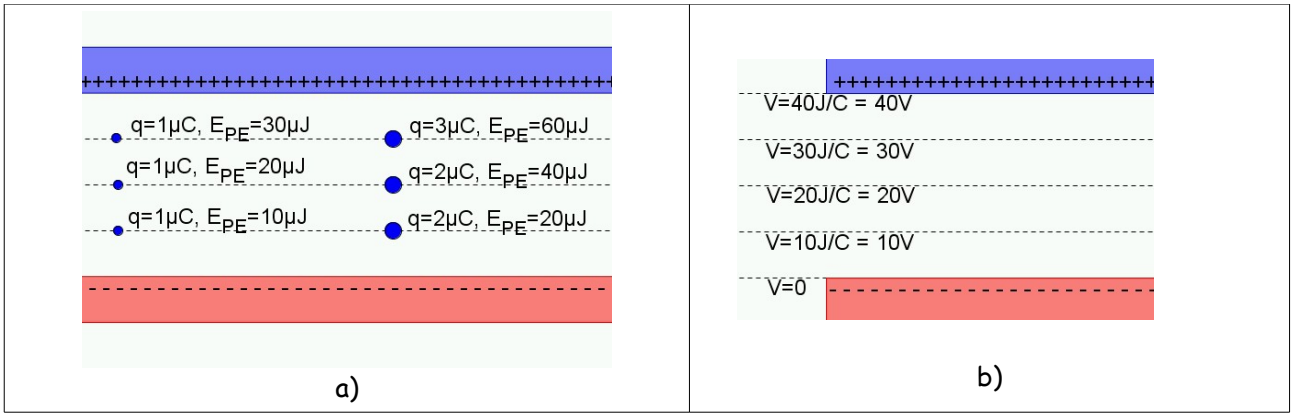

Fig.37.3 a) energia potenziale elettrica per diverse cariche poste a distanze differenti dal livello zero
b) potenziale elettrico a distanze differenti dal livello zero

Il fatto che, a un'opportuna distanza dall'armatura negativa, il potenziale elettrico sia 20 J/C, significa che una carica di prova collocata a quel livello assume un'energia potenziale di 20 μJ per ogni μC di carica. I 20 J/C di potenziale non sono altro che il prodotto tra l'intensità del campo E e la distanza h dall'armatura negativa. Infatti:

da $E_{PE} = qEh$ AND $V = E_{PE}/q$ ricaviamo $V = Eh$

Abbiamo detto che l'unità di misura del potenziale elettrico è il J/C: a questa combinazione di unità si dà il nome di volt (il simbolo è V), in onore di Alessandro Volta, per motivi che spiegheremo nella prossima lezione.

Il potenziale gravitazionale della Terra cresce oltre ogni limite se ci allontaniamo sempre più dalla sua superficie. Il potenziale dei punti che stanno dentro a un condensatore non può crescere oltre ogni limite allontanandosi dall'armatura negativa, perché prima o poi si incontra quella positiva. Nell'esempio che abbiamo discusso in figura (►fig.37.3b) il potenziale massimo si incontra in corrispondenza dell'armatura positiva, ed è pari a 40 V. Si dice quindi che *la differenza di potenziale ΔV* tra le armature è di 40 V. Ciò significa che il condensatore di questo esempio è stato probabilmente caricato collegandone le armature ai due terminali di un dispositivo capace di mantenere una differenza di potenziale di 40 V tra di essi: un dispositivo di questo tipo si chiama *generatore di tensione*.

37.4. Una nuovo nome per l'unità di misura del campo elettrico

I nomi, si sa, sono purissimi accidenti. E tuttavia un nome ben scelto può dirci qualcosa di importante sulla cosa a cui si riferisce.
Sappiamo che il campo elettrico si misura in newton al coulomb: ciò discende dalla definizione di campo, in base alla quale il campo altro non è che la forza che un corpo di prova subisce, divisa per la sua carica.

Nello scorso paragrafo abbiamo visto che, quando il campo è costante come in un condensatore, il prodotto tra campo E e distanza h non è altro che la differenza di potenziale tra punti che distano h in direzione del campo. Se risolviamo rispetto a E troviamo E = V/h, la quale equazione ci dice che il campo elettrico si misura in volt al metro. Newton al coulomb e volt al metro sono naturalmente la stessa unità di misura: i due nomi descrivono la stessa situazione, sottolineandone aspetti diversi.

Se dico che il campo elettrico in un condensatore ha intensità E = 10000 N/C, sto sottolineando il fatto che un corpo carico, posto tra le sue armature, sente una forza di 10000 newton per ogni coulomb di carica. Dico cioè che una carica di prova q = 1 nC = 10^{-9} C, posta tra le sue armature, è sottoposta a una forza F = qE = 10^{-5} N.

Se dico che il campo elettrico, nello stesso condensatore, ha intensità E = 10000 V/m, sto sottolineando il fatto che il potenziale di un punto interno cresce di 10000 V per ogni metro di distanza dall'armatura negativa, oppure, più realisticamente, che il potenziale cresce di 10 V per ogni millimetro di distanza dalla stessa armatura.

Le due descrizioni sono del tutto equivalenti.

37.5. Come fare se il campo non è uniforme?

E' facile calcolare il potenziale quando il campo è uniforme: la differenza di potenziale tra due punti è il prodotto tra l'intensità del campo e la distanza tra i due punti in direzione del campo.

Quando il campo non è costante le cose si complicano: per fortuna, però, non è la prima volta che ci troviamo in situazioni di questo tipo. Ricordiamo la lezione 5, nella quale osservammo che la distanza percorsa durante un moto è facile da calcolare se la velocità è costante: basta moltiplicare la velocità per l'intervallo di tempo. Se invece la velocità non è costante, cioè se il grafico tempo – velocità non è orizzontale, per calcolare la distanza percorsa dobbiamo calcolare l'area compresa tra il grafico della velocità e l'asse delle ascisse. Ricordiamo anche l'approfondimento che segue la lezione 8, nel quale questa semplice idea viene sviluppata ed approfondita.

Ora si tratta di fare qualcosa di analogo: per calcolare il potenziale dobbiamo calcolare l'area compresa sotto il grafico del campo, e, naturalmente, per calcolare l'intensità del campo dobbiamo calcolare la pendenza della tangente al grafico del potenziale.

Consideriamo ad esempio il campo gravitazionale prodotto dalla Terra : è uniforme in zone piccole, ma se allarghiamo lo sguardo a grandi distanze ci accorgiamo che le linee di campo convergono verso il centro, e che l'intensità del campo diminuisce con il crescere della distanza (►fig.37.4a). Identiche considerazioni possiamo fare a

proposito del campo elettrico prodotto da un oggetto carico con simmetria sferica (►fig.37.4b).

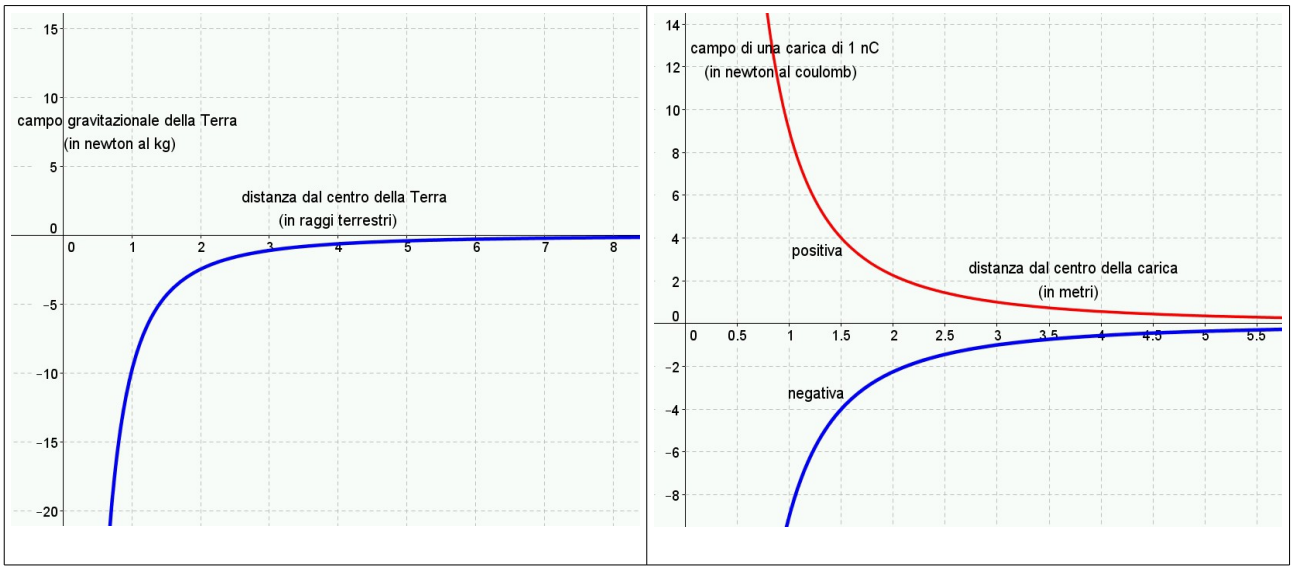

Fig.37.4 a) intensità del campo gravitazionale della Terra
b) intensità del campo elettrico prodotto da una carica di 1 nC

Per calcolare i corrispondenti potenziali, quindi, si calcola l'area compresa tra il grafico del campo e l'asse delle ascisse. I dettagli li potete trovare nel prossimo approfondimento: in questa lezione ci basta sapere il risultato dei calcoli.

Per il potenziale gravitazionale, alla distanza r dal centro di una massa M con simmetria sferica, si trova:

$$V_{gravitazionale} = - GM/r$$

Per il potenziale elettrico, alla distanza r dal centro di una carica Q con simmetria sferica, si trova un risultato del tutto analogo:

$$V_{elettrico} = KQ/r$$

Ci sono due osservazioni importanti da fare:

- Il potenziale è negativo quando corrisponde ad una forza attrattiva. Le forze gravitazionali sono sempre attrattive, quindi il corrispondente potenziale è sempre negativo. Il segno del potenziale elettrico, invece, dipende dal segno della carica sorgente: se essa è negativa, se quindi attrae la carica di prova, allora il potenziale è negativo, altrimenti è positivo.
- Lo zero del potenziale è fissato a distanza infinita rispetto alla sorgente.

I due grafici che seguono (►fig.37.5) riportano i valori dei potenziali che corrispondono ai campi della figura precedente. Abbiamo quindi, alle diverse distanze

dalla sorgente, il potenziale gravitazionale della Terra e il potenziale elettrico prodotto da una carica di 1 nC.

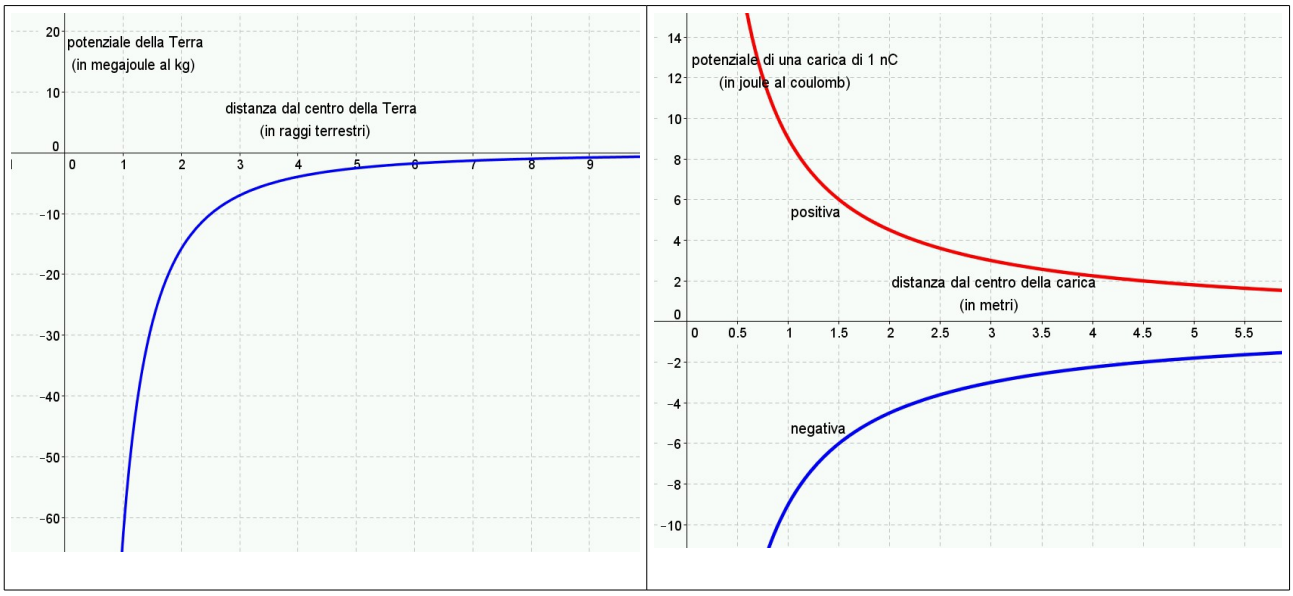

Fig.37.5 a) il potenziale gravitazionale prodotto dalla Terra
b) il potenziale elettrico prodotto da una carica di 1 nC

Il primo grafico ci dice ad esempio che sulla superficie della Terra (cioè a distanza di un raggio terrestre dal suo centro) il potenziale gravitazionale è di circa 60 MJ/kg. Ciò significa che occorre spendere un lavoro di circa 60 MJ per portare a distanza infinita dalla Terra una massa di prova da 1 kg che si trova sulla sua superficie.

Il secondo grafico ci dice ad esempio che a distanza di 1 metro da una carica di 1 nC il potenziale elettrico è di 9 J/C. Ciò significa che, se la carica è negativa e quindi attrae la carica di prova, occorre spendere un lavoro di 9 pJ per portare una carica di prova di 1 pC da distanza 1 metro a distanza infinita . Se invece la carica sorgente è positiva, è essa stessa che compie un lavoro di 9 pJ per portare all'infinito la stessa carica di prova, dalla stessa distanza iniziale di 1 metro.