Lezione 11: Forze e pressioni nei fluidi

11.1. Dalla forza alla pressione

Abbiamo visto che la Terra attrae gli oggetti solidi con una forza, diretta verso il suo centro, che si chiama peso. La stessa cosa accade per i liquidi, come per esempio l'acqua del mare, e per gli aeriformi, come l'aria che circonda il pianeta formando lo strato di gas che chiamiamo atmosfera.
L'acqua del mare pesa, e questa è una cosa ben nota a chiunque abbia provato a nuotare immergendosi sotto alla sua superficie: più si scende in profondità, più alto è lo strato d'acqua che ci sovrasta, maggiore il peso che il nostro corpo deve sopportare. È tuttavia molto difficile calcolare il peso dell'acqua che sovrasta il corpo: questo dipende infatti da quanto il corpo è grande, ma anche da come è orientato. Se la cosa non vi è chiara, provate a sostituire il corpo umano con una superficie di lamiera (►fig.11.1). La superficie A è più grande della superficie B, perciò sopporta una colonna d'acqua più voluminosa, quindi un peso d'acqua maggiore, pur trovandosi alla stessa profondità. Se la stessa superficie B la incliniamo (invece di disporla parallela al pelo dell'acqua), allora il peso dell'acqua che le sta sopra è minore.

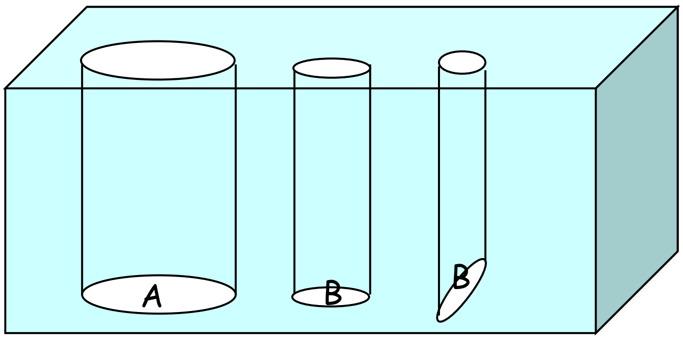

Fig.11.1 Il peso d'acqua che una superficie deve sopportare a una data profondità dipende da quanto la superficie è estesa, ma anche da come è orientata. Se la superficie B è orizzontale, la colonna d'acqua che la sovrasta è grande, se B è inclinata, la colonna d'acqua diventa più sottile, quindi più leggera.

È questo il motivo che ha portato a cercare una nuova grandezza il cui valore dipenda soltanto dalla profondità, e non dalla forma del corpo immerso, o dalla sua orientazione. La grandezza cercata è, come vedremo, la pressione,

11.2. La definizione di pressione

Ogni volta che una forza distribuisce la sua azione sopra una superficie, possiamo definire la grandezza pressione come il rapporto tra la forza che agisce perpendicolarmente alla superficie, e l'area della superficie stessa:

$$\text{pressione} = \frac{\text{forza perpendicolare}}{\text{superficie}}$$

Se consideriamo le superfici A e B della figura 11.1 vediamo che esse sono sottoposte alla stessa pressione. Infatti, se per esempio A è due volte più grande di B, allora è sovrastata da una quantità d'acqua due volte maggiore, quindi sopporta un peso due volte maggiore. Dividendo però per un'area due volte maggiore otteniamo la stessa pressione che agisce su A.
Poiché la forza si misura in newton e l'area in m^2, la pressione si misura in N/m^2, unità di misura alla quale si dà il nome di pascal (simbolo: Pa). Il pascal è un'unità di misura molto piccola: se avete un tavolo quadrato di lato 1m, è la pressione che vi esercitate spargendovi sopra un etto di zucchero! Per questo motivo si usano spesso i multipli come l'ettopascal (hPa = 100 Pa) e il kilopascal (kPa = 1000 Pa). Un'altra unità molto usata è il bar: 1 bar = 10^5 Pa. Si usa soprattutto in meteorologia perchè, come vedremo, la pressione atmosferica ha circa questo valore.

11.3. La pressione idrostatica e la legge di Pascal

Come abbiamo visto, in un liquido si incontra sempre una pressione (detta pressione idrostatica) dovuta al fatto che il liquido pesa. L'intensità della pressione idrostatica dipende perciò dalla quantità di liquido che si trova al di sopra della superficie che stiamo considerando e quindi dalla profondità a cui ci troviamo.
È importante notare che la pressione del liquido, anche se è dovuta al peso (diretto dall'alto verso il basso), agisce in tutte le direzioni, e non solo dall'alto verso il basso. Per esempio, se nuotate alla profondità di dieci metri, e tenete l'orecchio destro rivolto verso la superficie, il timpano destro sente una pressione maggiore di quella abituale, ma il timpano sinistro (che è rivolto verso il fondo) sente quasi esattamente la stessa pressione!
Anche applicando una pressione a un fluido dall'esterno (►fig.11.2) questa si propagherà in tutte le direzioni.

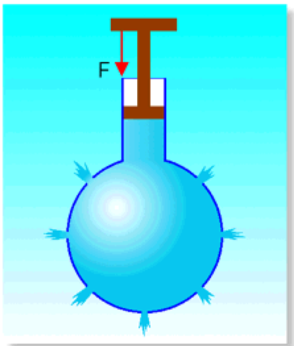

Fig.11.2 La pressione esercitata in un punto si propaga in tutte le direzioni

Quanto abbiamo osservato può essere riassunto in un principio generale, noto come legge di Pascal:

una pressione applicata a un fluido racchiuso in un contenitore si trasmette invariata in tutte le direzioni e a tutte le porzioni del fluido.

I sottomarini, fatti per navigare a grandi profondità, sono fatti con lamiere molto più spesse di quelle che si usano per una normale imbarcazione: la cosa vale per tutte le lamiere, sia quelle con cui è fatto il ponte superiore, sia quelle con cui sono fatte le pareti laterali o il fondo dello scafo.

11.4. Dalla densità alla pressione

Abbiamo visto che la pressione in un liquido aumenta con la profondità: ci piacerebbe conoscere un metodo per calcolare qual è la pressione che incontriamo a una data profondità. Consideriamo un sommergibile che naviga a 100 m sotto la superficie: 1 m^2 del ponte del sommergibile è dunque sovrastato da 100 m^3 d'acqua. Se sappiamo che massa ha 1 m^3 d'acqua possiamo conoscere il peso dell'acqua e quindi la pressione esercitata.
La grandezza che dice qual è la massa di 1 m^3 di una data sostanza si chiama densità di quella sostanza. La grandezza densità può essere determinata in questo modo: si prende un campione di quella sostanza, se ne misurano la massa ed il volume, poi se ne calcola il rapporto. Quindi:

$$\text{densità} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

Poiché la massa si misura in kg e il volume in m^3, la densità sarà misurata in kg/m^3. Ecco una tabella (►tab 11.1) che riporta la densità di alcune sostanze:

SOSTANZA	Aria al livello del mare	Benzina	Acqua	Alluminio	Ferro	Piombo	Mercurio
Densità (kg/m^3)	1,27	700	1000	2700	7860	11300	13600

Tab.11.1 Densità di alcune sostanze

Il fatto che la densità dell'acqua sia di 1000 kg/m^3 significa che 1 m^3 d'acqua ha la massa di 1000 kg. Per sapere che massa hanno 100 m^3 d'acqua ci basta quindi moltiplicare la densità per il volume:

$$\text{massa} = \text{densità} \cdot \text{volume} = 1000\ kg/m^3 \cdot 100\ m^3 = 10^5\ kg$$

Infine, per calcolare quanto pesano questi 100 m^3 d'acqua, ci basta moltiplicare la loro massa per l'accelerazione di gravità *g*:

$$peso = m \cdot g = 10^5\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cong 10^6\ N$$

La pressione che agisce sul ponte possiamo quindi calcolarla facendo il rapporto tra forza e area:

$$p = \frac{F}{S} \cong \frac{10^6 N}{1 m^2} = 10^6 Pa$$

Insomma: la pressione sotto 100 m d'acqua è di quasi un milione di pascal!

11.5. La legge di Stevin

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che, quando un sottomarino naviga a 100 m di profondità, 1 m^2 di ponte è sottoposto a una pressione di quasi un milione di pascal.
Il calcolo che abbiamo fatto si poteva abbreviare un po' ricorrendo alla legge di Stevin (uno scienziato fiammingo che visse tra il 16° e il 17° secolo). Essa dice che:

un corpo immerso in un fluido, liquido o gas, ad una profondità h, incontra una pressione p data dal prodotto della densità d del liquido per l'accelerazione g di gravità e per la profondità h: $p = d \cdot g \cdot h$

Verifichiamo intanto che la formula è dimensionalmente corretta, cioè che fornisce le giuste unità di misura. Il prodotto $d \cdot g \cdot h$ si misura in:

$$\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{kg}{ms^2} = \frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{N}{m^2}$$

cioè in pascal, come deve essere, visto che stiamo parlando di una pressione.
Ora vediamo una dimostrazione della legge di Stevin.
Prendiamo un recipiente a forma di parallelepipedo (►fig.11.3). In realtà la forma non conta: è sufficiente sapere che il recipiente ha area di base A, ed è riempito fino ad un'altezza h di liquido (la cui densità è d).

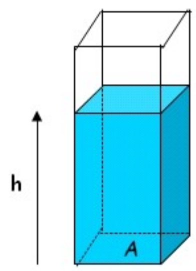

Fig.11.3 Come si calcola la pressione sul fondo di questo recipiente?

Il volume di liquido che contiene è $V = A \cdot h$
La massa del liquido contenuto è $m = d \cdot V = d \cdot A \cdot h$
Il peso del liquido è $F = m \cdot g = d \cdot A \cdot h \cdot g$
La pressione che esercita sul fondo è $P = F/A = d \cdot g \cdot h$

Abbiamo fatto il calcolo prendendo in esame il fondo del recipiente. Possiamo ripeterlo per un qualunque altro livello: l'unica cosa che cambia è che dobbiamo considerare l'altezza del liquido che si trova sopra al livello che ci interessa.

11.6. La pressione atmosferica

Anche l'aria, come l'acqua, ha un peso. Poiché noi viviamo sul fondo di un "oceano" d'aria che si chiama atmosfera, siamo sottoposti alla pressione (detta pressione atmosferica) che esso esercita, esattamente come accade al sottomarino che naviga sul fondo di un oceano d'acqua. Ma come si fa a sapere quanto vale questa pressione? Una buona idea potrebbe essere quella di usare la legge di Stevin: moltiplichiamo la densità dell'aria per l'accelerazione di gravità e per la profondità del mare d'aria, cioè per l'altezza dell'atmosfera. L'idea, purtroppo, non funziona per un motivo assai semplice: la densità dell'aria non è costante, ma diminuisce a mano a mano che si sale. Questo è il motivo per cui in tabella 11.1 abbiamo riportato il valore della densità dell'aria "a livello del mare". Un'altra conseguenza di questo fatto è che risulta difficile dire quanto è profondo il mare d'aria: l'atmosfera non ha cioè un'altezza ben definita, ma svanisce a poco a poco nel vuoto che circonda il nostro pianeta.
Per sapere quanto vale la pressione atmosferica è dunque necessario effettuarne una misura. È ciò che nel 1634 fece Evangelista Torricelli, un discepolo di Galileo,

11.7. L'esperimento di Torricelli

Per misurare la pressione atmosferica Torricelli mise a punto un esperimento di una semplicità disarmante. Prese un sottile tubo di vetro lungo circa un metro, chiuso ad una estremità, poi lo riempì di mercurio fino all'orlo. Poi capovolse il tubo, immergendone l'estremità aperta in una bacinella anch'essa contenente mercurio. Parte del mercurio uscì dal tubo, andando ad accrescerne il livello nella bacinella (►fig.11.4)

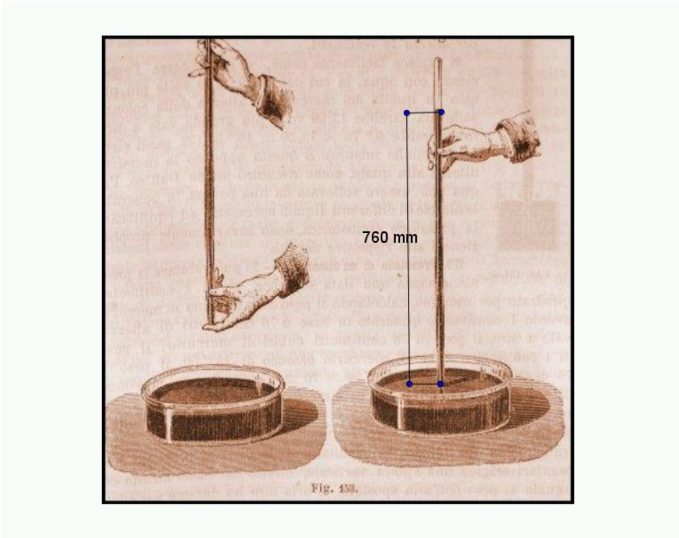

Fig.11.4 L'esperimento di Evangelista Torricelli

La fuoriuscita s'interruppe quando nel tubo restarono circa 760 mm di mercurio sopra al livello della bacinella. Si era perciò raggiunta una situazione di equilibrio:

- la pressione atmosferica agiva sulla bacinella, tentando di fare rientrare il mercurio nel tubo;
- una colonna di circa 760 mm di mercurio esercitava una pressione sull'estremità aperta, cercando viceversa di far uscire il mercurio dal tubo.

Evidentemente, concluse Torricelli, le due pressioni devono essere uguali. Ecco perciò la conclusione cui giunse:
la pressione atmosferica è la stessa esercitata da una colonna di mercurio alta 760 mm.
Fino a pochi anni or sono era perciò usuale dire che la pressione atmosferica, in normali condizioni, è di 760 mm di mercurio, utilizzando quindi il millimetro di mercurio come unità di misura. Oggi che il Sistema Internazionale impone l'uso del pascal, dobbiamo effettuare la conversione, utilizzando la legge di Stevin:

$$p_{atm} = d \cdot g \cdot h = 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}76\,m = 1{,}01 \cdot 10^5\,Pa = 1010\,hPa$$

11.8. La spinta idrostatica

Vi ricordate una delle domande con le quali avevamo cominciato la sesta lezione: "perché un pallone da calcio cade verso il basso quando è circondato dall'aria, mentre schizza verso l'alto se lo immergiamo sott'acqua?". Bene: ora sappiamo tutto quello che occorre per dare una risposta. Se il pallone immerso in acqua schizza verso l'alto significa che c'è una forza "misteriosa", diretta verso l'alto, più grande del peso del pallone. Questa forza si chiama spinta idrostatica, e nasce dalla pressione idrostatica

(cioè dalla forza peso del liquido) di cui abbiamo parlato nei paragrafi precedenti, e dal fatto che tale pressione aumenta con la profondità.
Per capire questo fatto consideriamo una porzione cubica di fluido (►fig.11.5).

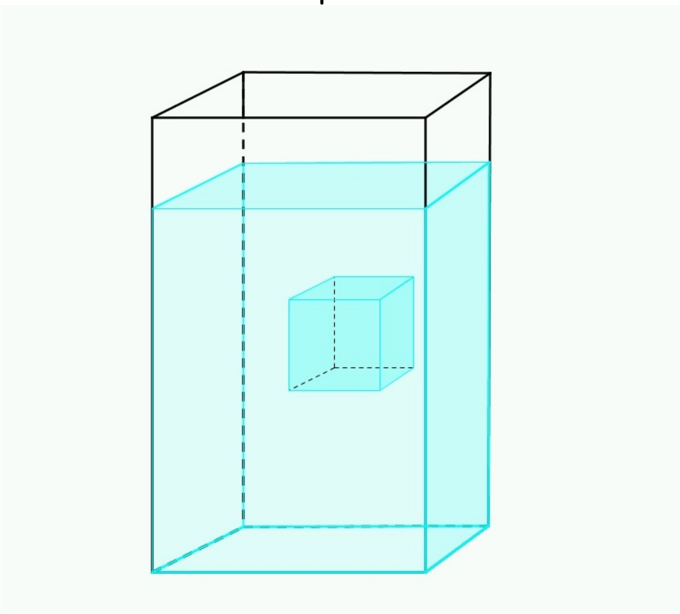

Fig.11.5

Naturalmente essa resta dov'è, e non cade verso il fondo del recipiente. Ciò significa che il peso di questa porzione cubica è contrastato da una forza esattamente uguale, ma diretta verso l'alto. Infatti su entrambe le facce agisce una forza pari al peso della colonna d'acqua che le sovrasta: sulla faccia superiore è diretta verso il basso, su quella inferiore è diretta verso l'alto. Però a causa della diversa profondità a cui si trovano le due facce, la pressione che agisce sulla faccia inferiore è più grande di quella che agisce sulla faccia superiore. La differenza tra queste due forze è perciò uguale al peso della porzione cubica di fluido, che quindi resta in equilibrio.
Se il ragionamento vi è sembrato complicato, considerate che tutto si riduce ad una semplice sottrazione:

peso dell'acqua sopra la faccia inferiore - peso dell'acqua sopra la faccia superiore = peso della porzione cubica d'acqua

Il ragionamento è del tutto identico se consideriamo una porzione sferica di fluido: resta in equilibrio perché subisce una forza verso l'alto pari al suo peso.
Se ora al posto della porzione sferica mettiamo un pallone di uguali dimensioni, anch'esso subisce una forza verso l'alto pari al peso del liquido che ha sostituto. Questo fatto fu scoperto dallo scienziato Archimede, che visse a Siracusa nel terzo secolo avanti Cristo, ed è quindi noto come principio di Archimede:

un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido che sposta.

Quando il pallone è immerso in acqua la spinta verso l'alto (pari alla forza peso di una sfera d'acqua delle dimensioni del pallone) è nettamente maggiore del suo peso (perché è pieno d'aria, la cui densità è molto minore di quella dell'acqua). Ovviamente se il pallone fosse pieno di sabbia (la cui densità è invece maggiore di quella dell'acqua) affonderebbe.
Quando infine il pallone è immerso nel fluido aria la spinta verso l'alto è di gran lunga inferiore al suo peso, ed il pallone cade.