

Conoscere, Risolvere, Argomentare

nella scuola secondaria di primo grado in continuità con gli altri livelli scolastici



Breve introduzione per inquadrare le scelte di progetto

Esempi per attività didattiche sia in *orizzontale* che in *verticale*

Discussione

Alla base del Progetto ...
una domanda:
“Quale deve essere la
funzione della Scuola
oggi?”

Democrazia
Matematica



Un esempio

Frazione generatrice di un numero decimale periodico semplice

La **frazione generatrice** di un numero **decimale periodico semplice** ha per numeratore la differenza fra il numero dato, considerato senza la virgola, e il numero formato da tutte le cifre che precedono il periodo e per denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo.

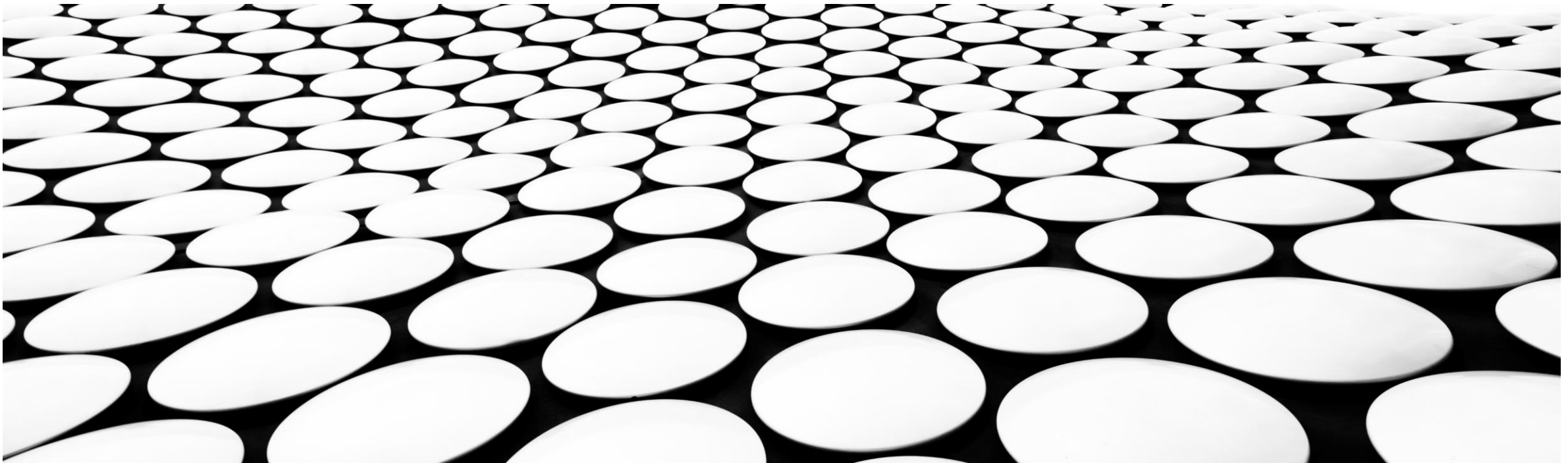
Molto meglio per tentativi ragionati $1,(1) = ?$ Periodico semplice, quindi il denominatore deve essere un numero che non contiene come fattori 2 o 5 ...
 $10/9$ poco più di 1; $100/9$ poco più di 11, quindi dovrebbe essere $10/9$...
verifichiamo con la calcolatrice ...

Oppure: $1,(1) = x$ $10x = 11,(1)$ $10x - x = 9x$
Quindi $9x = 11,(1) - 1,(1) = 10$. Allora $x = 10/9$

CONOSCO, RISOLVO, ARGOMENTO ...

UNA CASSETTA DI ATTREZZI PER LEGGERE LA COMPLESSITÀ DEL MONDO

DISCIPLINE STEM PER IL CITTADINO

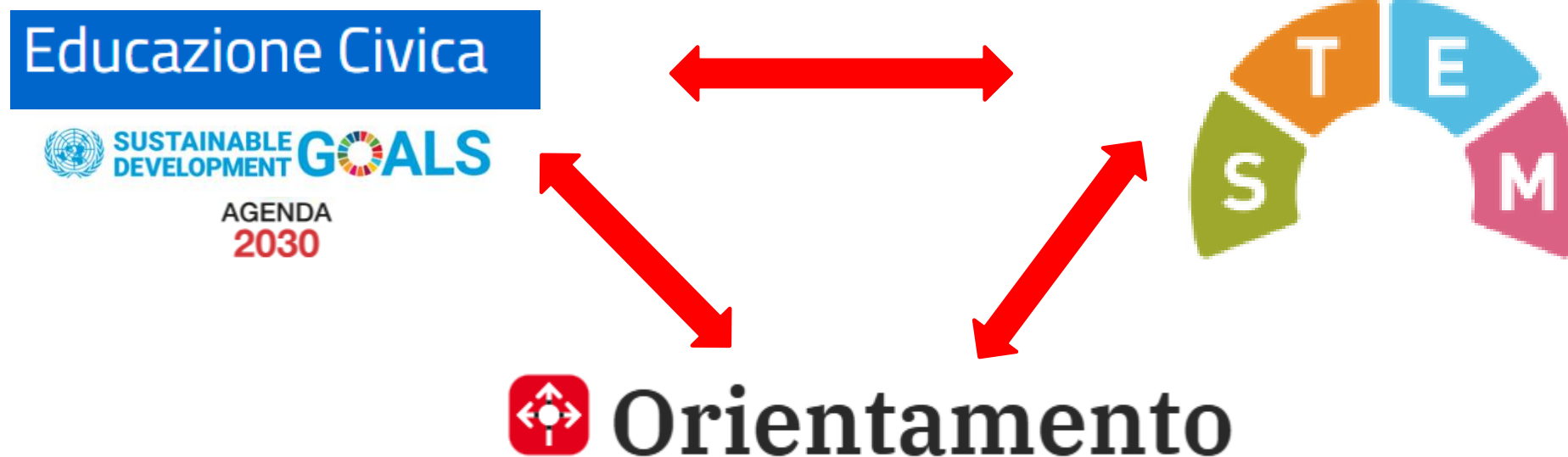


UN LAVORO (INEVITABILMENTE) **INTERDISCIPLINARE** attraverso cui calare la matematica nel mondo reale
con proposte da sviluppare anche in continuità tra diversi ordini di scuola...

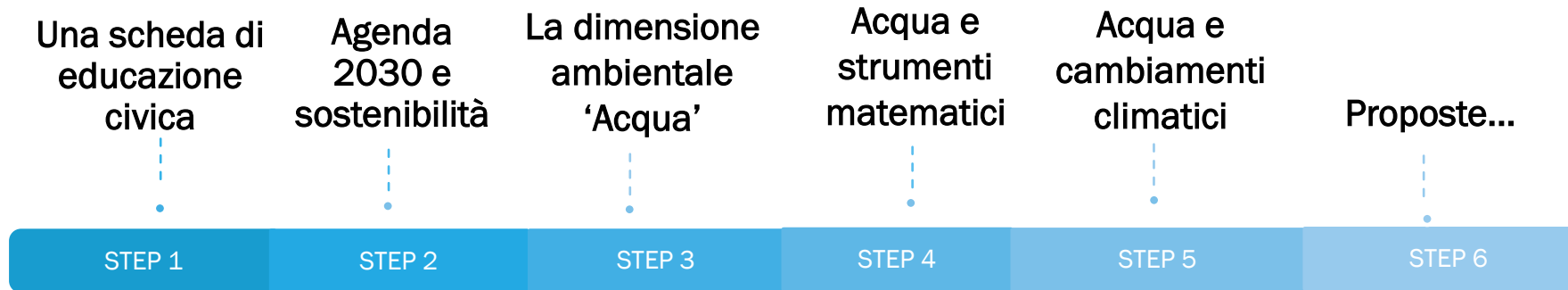
Nelle Indicazioni nazionali 2025 si suggerisce di

... *armonizzare le discipline STEM* con molte delle linee guida per l'insegnamento di
Educazione civica (D.M. n° 183 del 7/9/24)

... strumenti matematici per leggere e orientarsi nella complessità del mondo e proiettarsi nel futuro



Un possibile percorso di lavoro...



AGENDA 2030

- Il significato di sostenibilità
- I dati per leggere il mondo
- Le tre dimensioni



EDUCAZIONE CIVICA

Sviluppo sostenibile: alcuni dati

L'Agenda 2030 per lo sviluppo sostenibile è un programma di azione che è stato sottoscritto dai governi dei 193 Paesi membri dell'ONU e che si propone di raggiungere, entro il 2030, diversi obiettivi fondamentali per rendere possibile e prospera la vita dell'uomo sulla Terra. I dati seguenti devono fare riflettere su quanto sia strategica l'attenzione agli obiettivi dell'Agenda 2030.

1,3 miliardi di tonnellate di cibo vanno sprecate ogni anno, mentre quasi 2 miliardi di persone soffrono la fame o sono denutrite.



Nel 2013, il consumo di energia nel mondo è stato di 11 861 Mtep (cioè 11 861 milioni di tep, dove il tep è la quantità di energia rilasciata dalla combustione di una tonnellata di petrolio grezzo); la quinta parte di questo consumo, cioè 2372 Mtep, derivava da fonti rinnovabili.

Dal 1880 al 2012, la temperatura media globale è aumentata di circa 0,85 °C. Tra il 1981 e il 2000, a causa del clima più caldo, la produzione mondiale di mais, di grano e di altre coltivazioni principali è diminuita di 40 milioni di tonnellate all'anno.



Gli oceani si sono riscaldati, i ghiacci sono diminuiti e il livello medio dei mari si è alzato di circa 19 cm in un secolo. In particolare, l'estensione del ghiaccio dell'Artico si è ritirata, in media, di circa 1,07 milioni di km² ogni dieci anni a partire dal 1979.



È molto probabile che, entro la fine di questo secolo, l'aumento della temperatura globale supererà 1,5 °C rispetto al periodo dal 1850 al 1990. Si prevede che l'aumento medio del livello del mare raggiungerà i 24-30 cm entro il 2065 e i 40-63 cm entro il 2100.

A causa della siccità e della desertificazione, vengono persi in media 23 ettari di terreno coltivabile al minuto.



Al Overview

La sostenibilità è la capacità di soddisfare i bisogni del presente senza compromettere la possibilità delle generazioni future di soddisfare i propri bisogni...

Tre dimensioni cruciali:

- ☐ ambientale
- ☐ economica
- ☐ sociale

Sviluppo sostenibile: alcuni dati

EDUCAZIONE CIVICA

Dal 1880 al 2012, la temperatura media globale è aumentata di circa 0,85 °C. Tra il 1981 e il 2000, a causa del clima più caldo, la produzione mondiale di mais, di grano e di altre coltivazioni principali è diminuita di 40 milioni di tonnellate all'anno.

Gli oceani si sono riscaldati, i ghiacci sono diminuiti e il livello medio dei mari si è alzato di circa 19 cm in un secolo. In particolare, l'estensione del ghiaccio dell'Artico si è ritirata, in media, di circa 1,07 milioni di km² ogni dieci anni a partire dal 1979.

È molto probabile che, entro la fine di questo secolo, l'aumento della temperatura globale supererà 1,5 °C rispetto al periodo dal 1850 al 1990. Si prevede che l'aumento medio del livello del mare raggiungerà i 24-30 cm entro il 2065 e i 40-63 cm entro il 2100.

Nella dimensione ambientale l'**H₂O**
è un **asse portante**

Quanti dati e relazioni tra grandezze differenti da interpretare per descrivere e comprendere le problematiche che ci spingono ad educare alla sostenibilità ...

Necessità di sistemazione delle conoscenze in dimensione verticale (sviluppo interno delle conoscenze, graduale e in rapporti di continuità) per sviluppare quella dimensione orizzontale delle sue applicazioni, strettamente complementare a quella verticale...

Il significato di **sostenibilità** secondo gli studenti...

... è impegnarsi a *fare scelte convenienti per il nostro pianeta, seppure scomode*; fare un piccolo sforzo ora può contribuire a un futuro migliore per chi ci sarà dopo di noi

Giovanna

... Lasciare una *strada fiorata* per quelli che verranno

Xinji

... è un qualcosa che l'uomo cerca di raggiungere per il proprio benessere e per il bene del pianeta; a parere mio per rendere il globo sostenibile dovremmo esercitare un *impegno maggiore*

Bianca

... Capacità di vivere senza consumare più di quello che ci serve. Come *l'acqua*: noi ne consumiamo litri e litri ogni giorno, mentre in altri posti del mondo pagherebbero oro per bere un po' di acqua pulita e potabile

Marco

QUALI STRUMENTI PER ESPORARE LE CARATTERISTICHE DELL'IDROSFERA TERRESTRE



Parte A

DISTRIBUZIONE
DELL'ACQUA SUL
PIANETA TERRA



MISURARE
'L'ACQUA'

Parte B

L'ACQUA NEGLI
EVENTI METEO
ESTREMI



LETTURA DI
DATI

Parte C

RISCALDAMENTO
GLOBALE E
INNALZAMENTO DEL
LIVELLO DEI MARI



LE INDAGINI
SATELLITARI
Sentinel 6

IN LABORATORIO...

Associa ad ogni contenitore l'etichetta del serbatoio corrispondente

Mari e
oceani

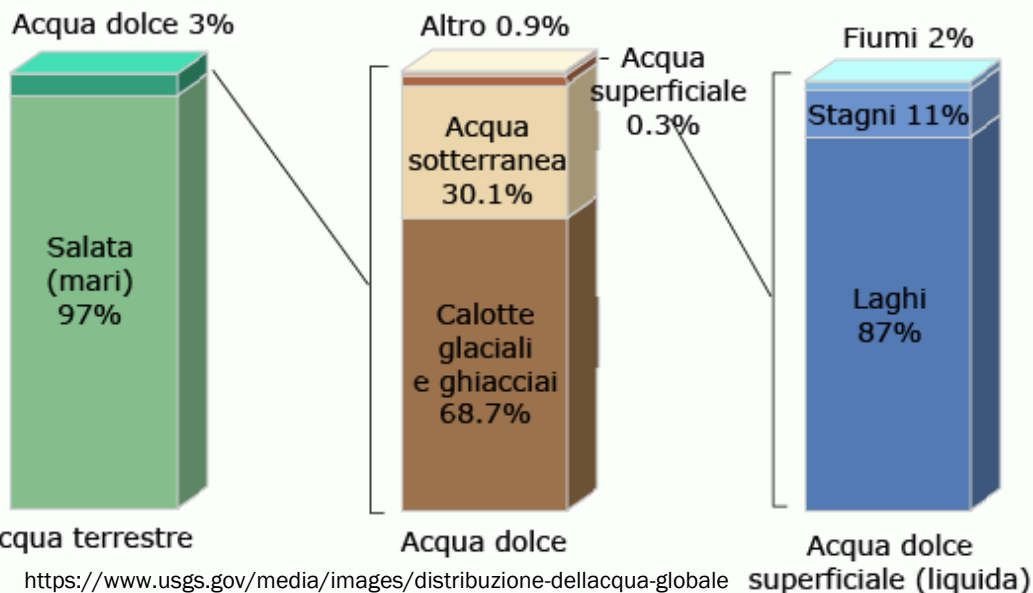
Calotte e
ghiacciaie

**... dalle concezioni spontanee
al numero e alle percentuali**

Acque
sotterranee

Acque dolci
superficiali

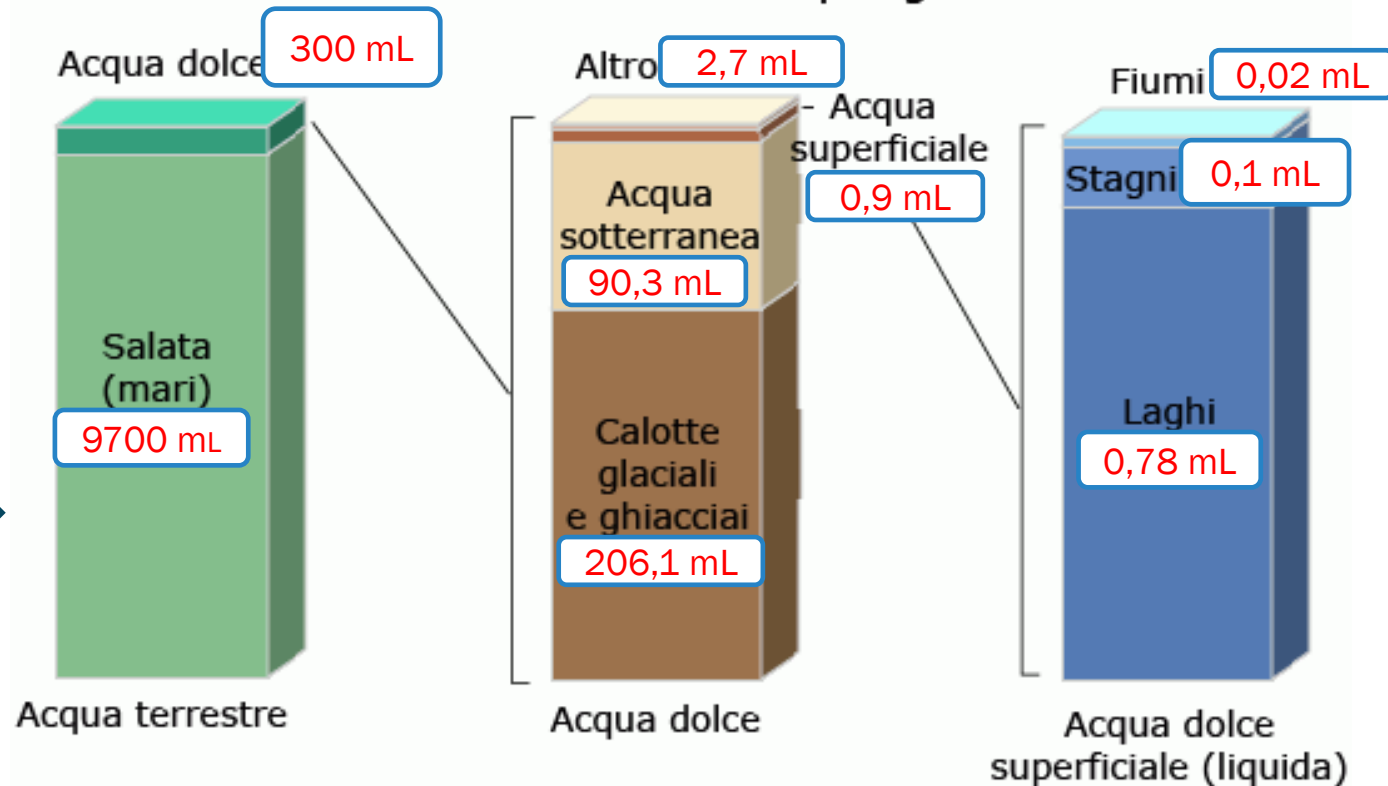
Distribuzione dell'acqua globale



In laboratorio abbiamo utilizzato contenitori differenti per visualizzare le diverse quantità di acqua terrestre...

I diagrammi a barra impilati ci aiutano a quantificare in modo concreto la situazione reale

Distribuzione dell'acqua globale



Quante attività sul calcolo percentuale...

Se l'acqua in totale presente sulla Terra fosse riconducibile a

10 L quale sarebbe la quantità di acqua per ogni contenitore?

QUANTI MODI PER CALCOLARE LE PERCENTUALI...

27 ESERCIZIO SVOLTO

→ Esercizi 28-34

Calcola il 25% di 600 €.

Svolgimento

Si può procedere in diversi modi:

- determiniamo la quantità che corrisponde all'1% e poi moltiplichiamo per 25, cioè per la percentuale richiesta:

$$600 : 100 \cdot 25 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ €}$$

↓
corrisponde a 1% di 600 €

- impostiamo una proporzione:

$$25 : 100 = x : 600 \text{ da cui } x = \frac{25 \cdot 600}{100} = 150 \text{ €}$$

- usiamo la frazione corrispondente alla percentuale come operatore sulla grandezza considerata:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \text{ da cui } 600 \cdot \frac{1}{4} = 150 \text{ €}$$

- pensiamo alla percentuale come numero decimale:

$$25\% = 0,25 \rightarrow 600 \cdot 0,25 = 150 \text{ €}$$

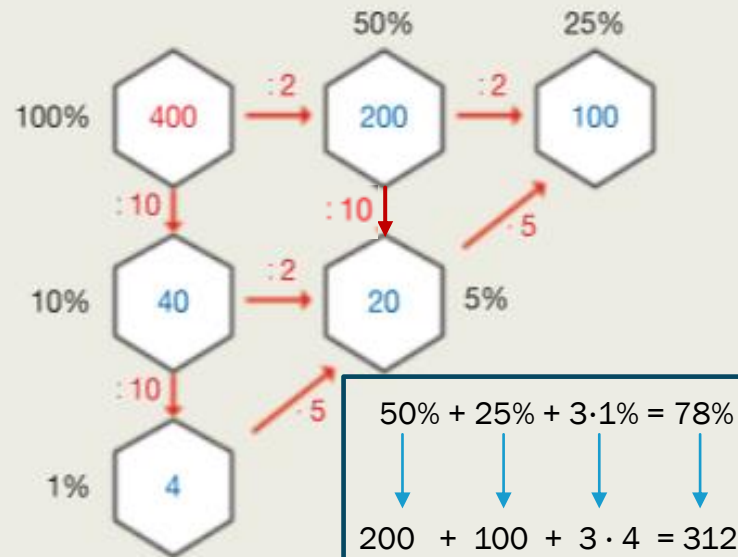
35 ESERCIZIO SVOLTO

→ Esercizi 36-40

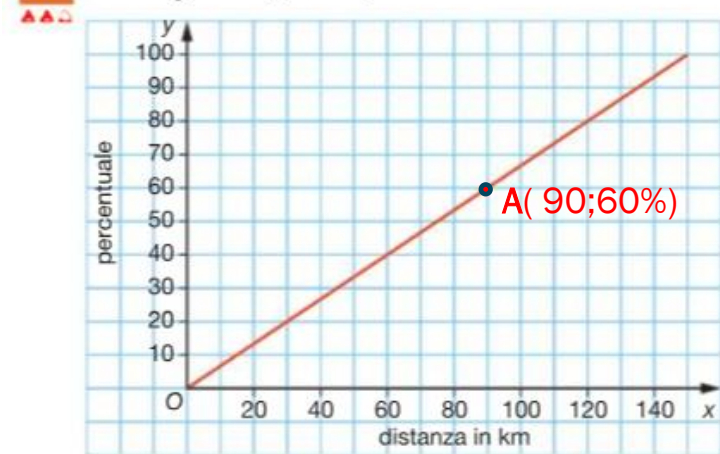
Completa lo schema per calcolare le quantità che corrispondono a diverse percentuali di 400.

Svolgimento

Le frecce indicano le operazioni per ottenere le percentuali di 400 scritte per ogni casella. Eseguiamo le operazioni per determinare le percentuali richieste.



78 Usa il grafico per rispondere.



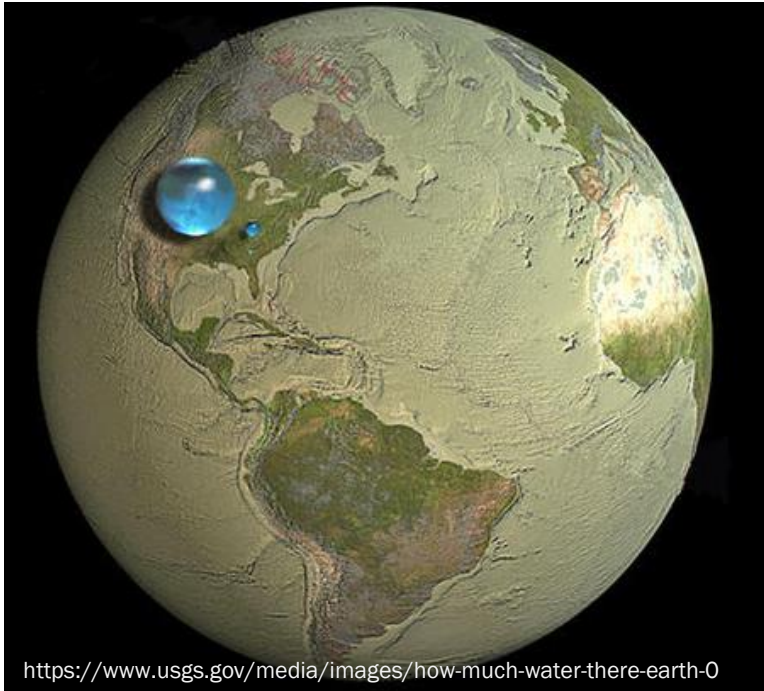
- In una gara ciclistica un corridore è rimasto in fuga per il 60% dei 150 km della tappa. Per quanti chilometri il ciclista è rimasto in testa alla gara?
- Che tipo di relazione esiste tra la distanza x e la percentuale y corrispondente?
- Scrivi una formula che esprima la relazione di proporzionalità tra la percentuale y e la distanza x .

DAI 10 L IN LABORATORIO AL SUCCESSIVO PASSAGGIO AI DATI REALI...



Distribuzione dell'acqua sulla Terra:

- **Acqua totale:** Circa 1,386 miliardi di chilometri cubi.



- ❑ Se la quantità di acqua totale mondiale d'acqua si stima sia di circa 1,386 miliardi di km^3 , qual è la quantità di acqua dolce superficiale disponibile, in m^3 ?

Esprimi il risultato in notazione scientifica. $[1,247 \cdot 10^5 \text{ km}^3 = 1,247 \cdot 10^{14} \text{ m}^3]$

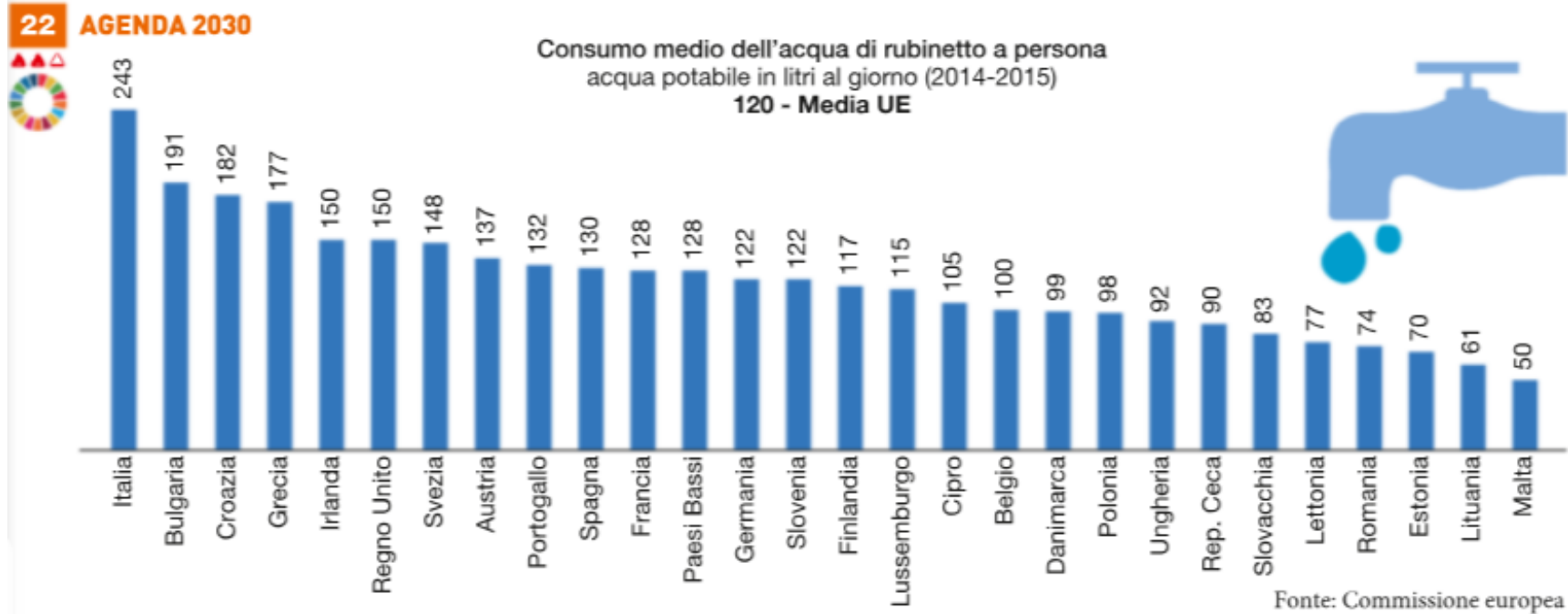
→ riflessioni sull'odg che cambia in base all'unità di misura scelta, equivalenze tra le misure di volume

- ❑ A quale percentuale del totale corrisponde, la quantità di acqua dolce superficiale?

Quale strategia hai usato per calcolarla? $[0,009\%]$

→ calcolo di percentuali di percentuali

IN ITALIA SIAMO GRANDI CONSUMATORI DI ACQUA...



Per riflettere sul concetto di **media** e accrescere la consapevolezza sul suo significato...

Osserva il diagramma. Vero o falso?

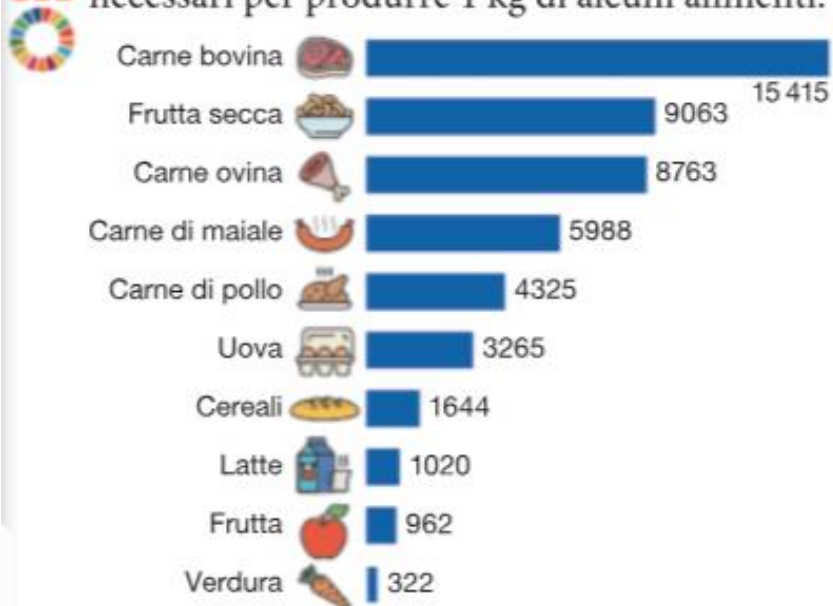
- a)** Il consumo dell'Italia è circa doppio di quello della Germania.
- b)** Se si addizionano i consumi di Ungheria e Danimarca si ottiene quello della Bulgaria.
- c)** Il consumo di Malta è circa metà di quello della Slovenia.
- d)** I paesi con un consumo maggiore della media UE sono 14.

<input checked="" type="checkbox"/>	F
<input checked="" type="checkbox"/>	F
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	F

E CONOSCERE IL SIGNIFICATO DI WATER-FOOTPRINT ...

Grado 08

125 AGENDA 2030 Nel grafico vedi i litri di acqua necessari per produrre 1 kg di alcuni alimenti.



Fonte: Global Footprint Network

a) Quanti litri di acqua sono necessari per produrre un frutto da **200 g** e un uovo da **60 g**?
[192,4 L; 195,9 L]

b) Qual è il rapporto tra l'acqua utilizzata per produrre 200 g di carne di pollo e 150 g di carne bovina? **Approssima ai decimi.**
[0,4]

c) Quanti litri di acqua sono necessari per produrre mezzo litro di latte? (Per il latte vale la proporzione **1 L → 1,1 kg**)
[561 L]

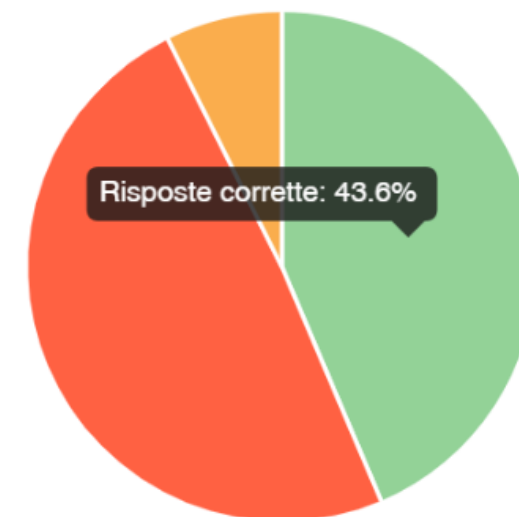
Occasioni di riflessione sul concetto di rapporto e sulla relazione di **proporzionalità** tra i litri di acqua consumati e le quantità dell'alimento prodotto...

419 INVALSI 2015 Per produrre 1 kg di carne da manzi di allevamento si utilizzano 10 000 litri di acqua.

➤ Quanti litri di acqua occorrono per produrre 1000 kg di carne?

Scrivi il risultato come potenza del 10, inserendo l'esponente corretto nel quadratino.

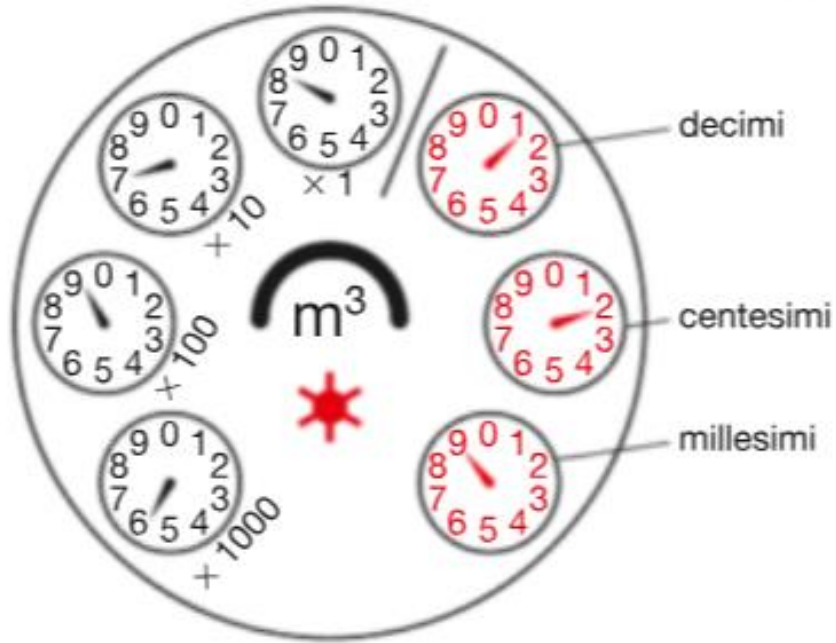
Risposta: 10



Risposte corrette 43.6%
Risposte errate 49%
Risposte Mancate 7.4%

MA COME MISURIAMO IL CONSUMO DI ACQUA NELLE NOSTRE CASE...

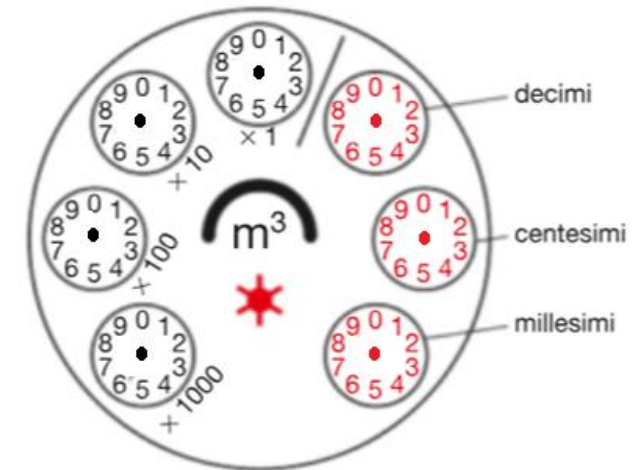
570 CONFRONTATI Osserva il contatore dell'acqua.



a) Quanti metri cubi d'acqua segna il suo contatore? [5978,129 m³]

b) Approssima la misura ai centesimi di m³ e ai m³. [5978,13 m³; 5978 m³]

Uso di altri contatori muti per indicare consumi e fare confronti e poi...domande su arrotondamento, calcolo della spesa, ecc...



METRI CUBI o LITRI?





MA COME MISURIAMO LE QUANTITÀ DI ACQUA?

- ☐ Lettura di strumenti
- ☐ Confronto di quantità, (attività di laboratorio con contenitori graduati di diverse dimensioni)

40 Osserva le scale dei due contenitori e completa.



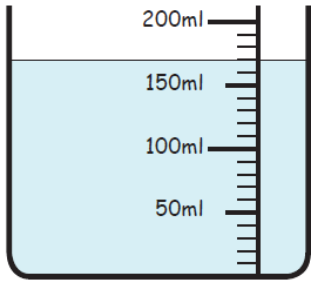
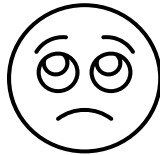
Sensibilità 50 mL
Portata 500 mL



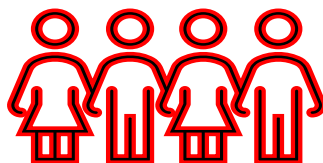
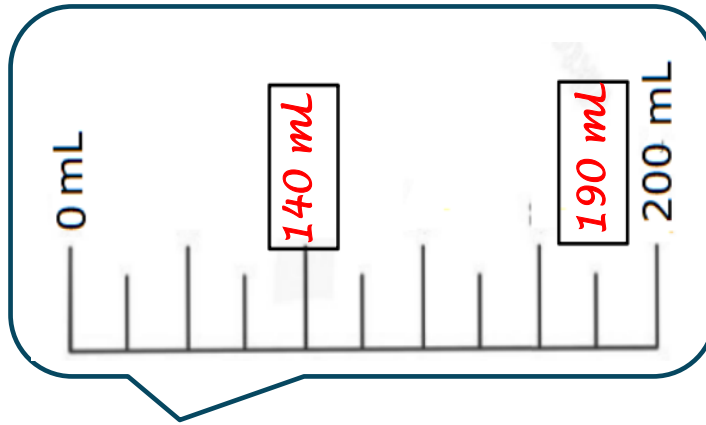
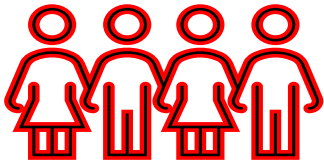
Sensibilità 1 mL
Portata 50 mL

Alcune risposte degli studenti...

Quanto liquido è stato versato nel contenitore?

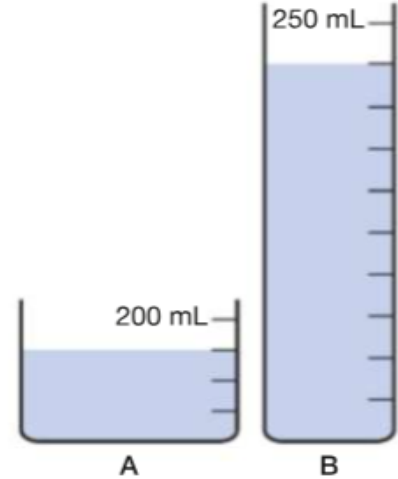


...152 mL



Altre risposte degli studenti...

66 In quale contenitore è stata versata una quantità di liquido maggiore? Giustifica la tua risposta.



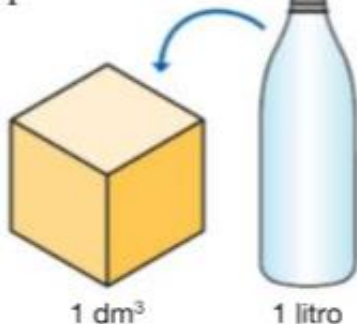
- Nessuno, perché l'acqua è la stessa, solo messa in due recipienti diversi
- Nel contenitore B, perché è più grande del contenitore A
- Nel contenitore A perché essendo più largo ci sta più acqua



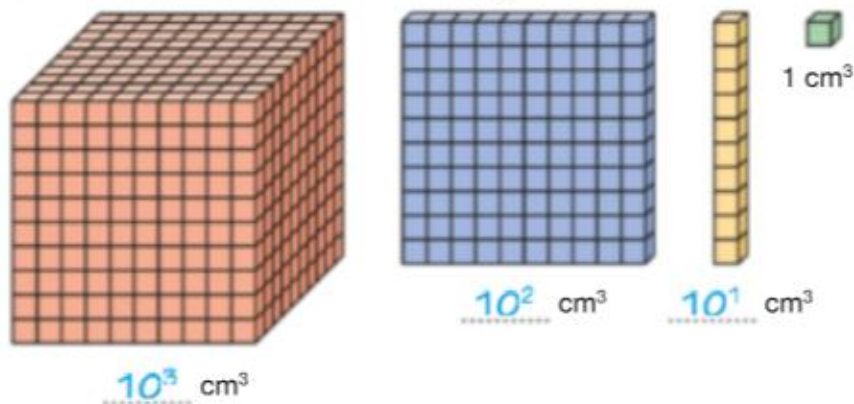
► Sai trasformare misure di volume in capacità e viceversa?

148 Osserva l'immagine e completa.

▲▲▲ Il litro (L) è una misura di e corrisponde alla quantità di liquido che può essere versata in un con lo spigolo di 1



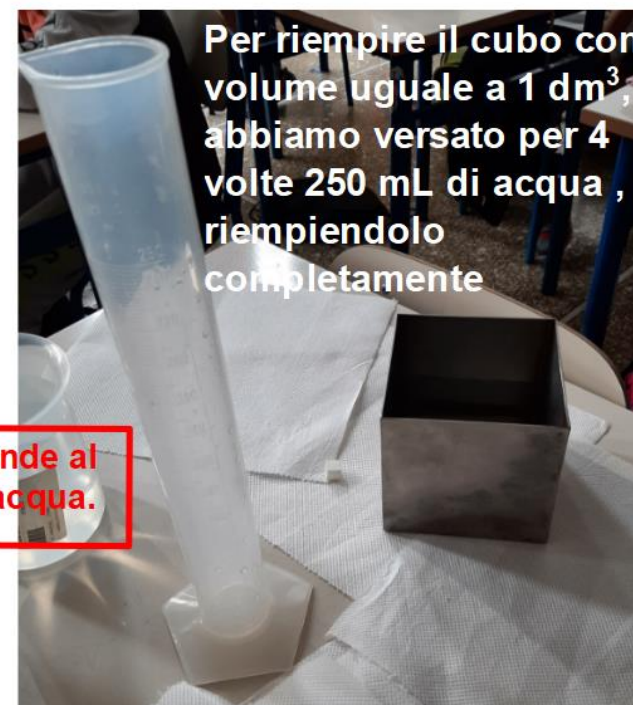
19 Esprimi in potenze di 10 i volumi delle composizioni di cubetti tutti congruenti.



$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

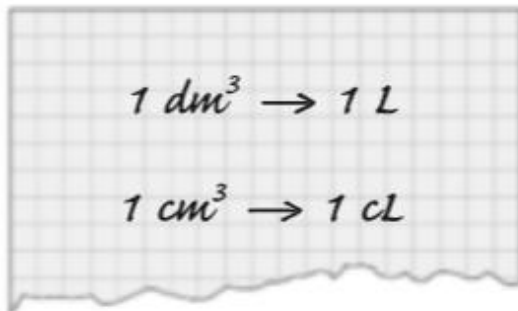


Un decimetro cubo corrisponde al volume occupato da 1 L di acqua.



per procedere con i confronti e sviluppare le competenze sulla stima ...

- 171** Luca ripassa la tabella dei multipli e sottomultipli del m^3 e annota sul suo quaderno uno schema per eseguire la conversione tra le diverse unità di misura.



- > Lo schema è corretto? Giustifica la risposta.
[No. Infatti, 1 cm^3 è $\frac{1}{1000}$ di dm^3 , la millesima parte di 1 L è 1 mL, quindi $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$]

- 69** **SFIDA** Prova a individuare una strategia per misurare il volume di una goccia d'acqua che si può versare con un contagocce come quello in figura:



- > Confrontati con i compagni.

- 175** Aldo deve prendere 5 cm^3 di sciroppo per la tosse. Nella confezione è inserito un cucchiaino che ne contiene 5 mL.
- > Aldo non sa quanti cucchiaini prendere. Che cosa deve fare?

54
▲▲▲



- > Quante penne sono necessarie per avere circa 1 L di inchiostro? Arrotonda all'intero. [2857]



Costruire strumenti graduati...

111



CONFRONTATI Giulia e Marcello devono tarare un contenitore cilindrico riempiendolo di acqua con un bicchierino: ogni volta che versano un bicchierino di acqua segnano, con un pennarello, il livello raggiunto dall'acqua nel cilindro e procedono così per diverse volte.

Nel grafico sono riportate le altezze raggiunte dal liquido all'interno del cilindro all'aggiunta di ogni bicchierino.

Numero bicchierini x	1	2	3	4	5
Livello acqua y (cm)	2,5	5	7,5	10	12,5

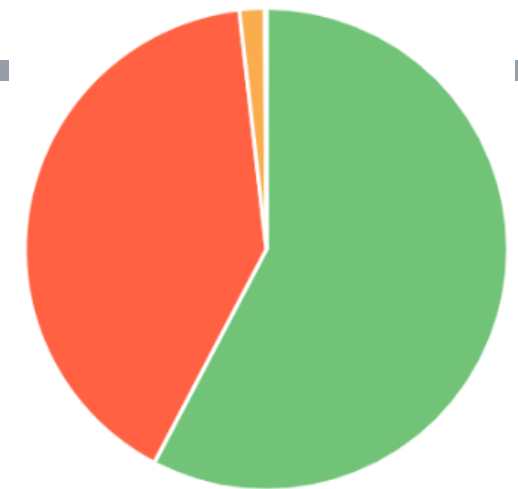
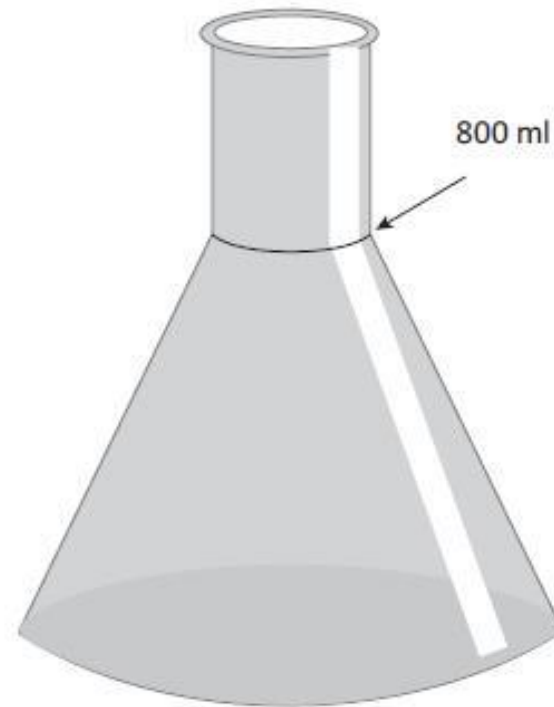


- a) Rappresenta su un piano cartesiano la relazione tra y e x .
- b) Scrivi una formula che rappresenti la relazione tra y e x .
- c) Qual è il livello raggiunto dall'acqua se si versano 8 bicchierini di acqua? [20 cm]
- d) Se ogni bicchierino contiene 33 cL di acqua, quanta acqua corrisponde a un'altezza del liquido di 15 cm? [198 cL]

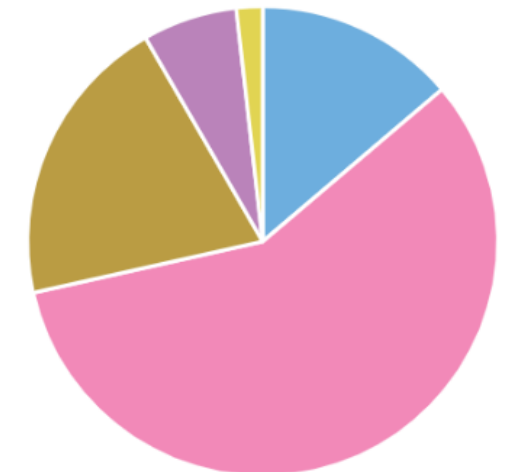
Invalsi 2013 – Grado 08

- D12.** Giovanni versa 100 ml di acqua alla volta nel recipiente che vedi in figura fino a 800 ml. Ogni volta segna con una tacchetta sul recipiente il livello raggiunto dall'acqua. Com'è la distanza tra le tacchette segnate da Giovanni?

- A. ☐ La distanza tra le tacchette diminuisce verso l'alto
- B. ☐ La distanza tra le tacchette aumenta verso l'alto
- C. ☐ La distanza tra le tacchette si mantiene costante
- D. ☐ La distanza tra le tacchette prima aumenta e poi diminuisce

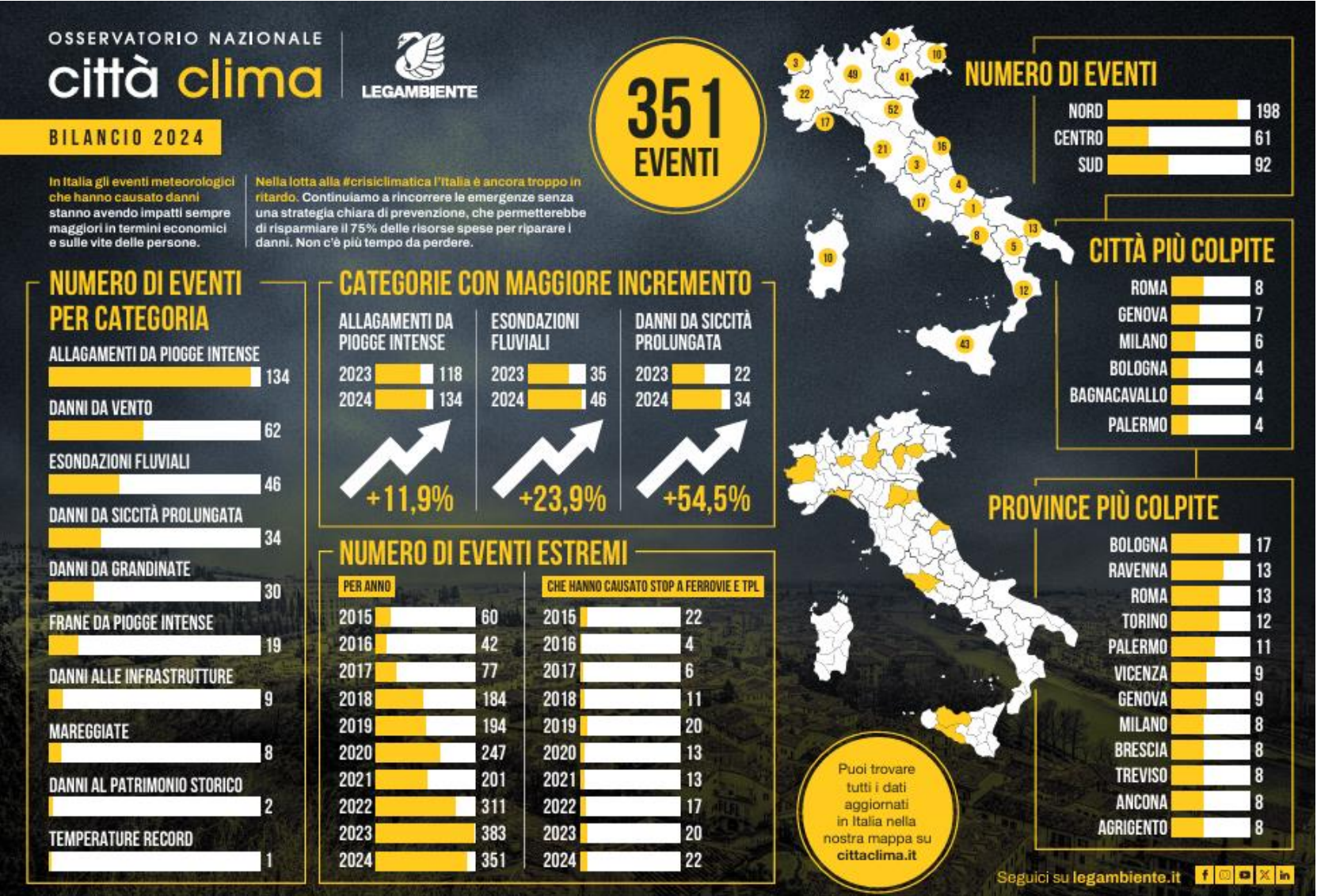


- Risposte corrette 57.7%
- Risposte errate 40.5%
- Risposte Mancate 1.7%
- Altre non valide. 0.1%



- Risposta A 13.8%
- Risposta B 57.7%
- Risposta C 20.2%
- Risposta D 6.5%
- Mancate e non valide 1.8%

L'ACQUA NEGLI EVENTI METEO ESTREMI...



<https://cittaclima.it/mappa/?page=MAPPA>

111 ESERCIZIO SVOLTO

→ Esercizi 112-119

Determina una formula per calcolare la quantità che si ottiene:

a) se si aumenta il valore di una grandezza q del 30%

b) se si diminuisce il valore di una grandezza q del 30%.

Svolgimento

a) Se una grandezza q aumenta del 30%, vuol dire che passa da q a $q + q \cdot 0,30$.
Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, possiamo scrivere questa espressione come

$$q \cdot (1 + 0,30) = q \cdot 1,3$$

Le espressioni $q + q \cdot 0,30$ (notazione additiva) e $q \cdot 1,3$ (notazione moltiplicativa) sono equivalenti, ma la notazione moltiplicativa risulta più efficace quando si devono calcolare più variazioni percentuali in sequenza.

b) Se una grandezza q diminuisce del 30%, vuol dire che passa da q a $q - q \cdot 0,30$.
Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, possiamo scrivere questa espressione come

$$q \cdot (1 - 0,30) = q \cdot 0,7$$

Le variazioni percentuali...



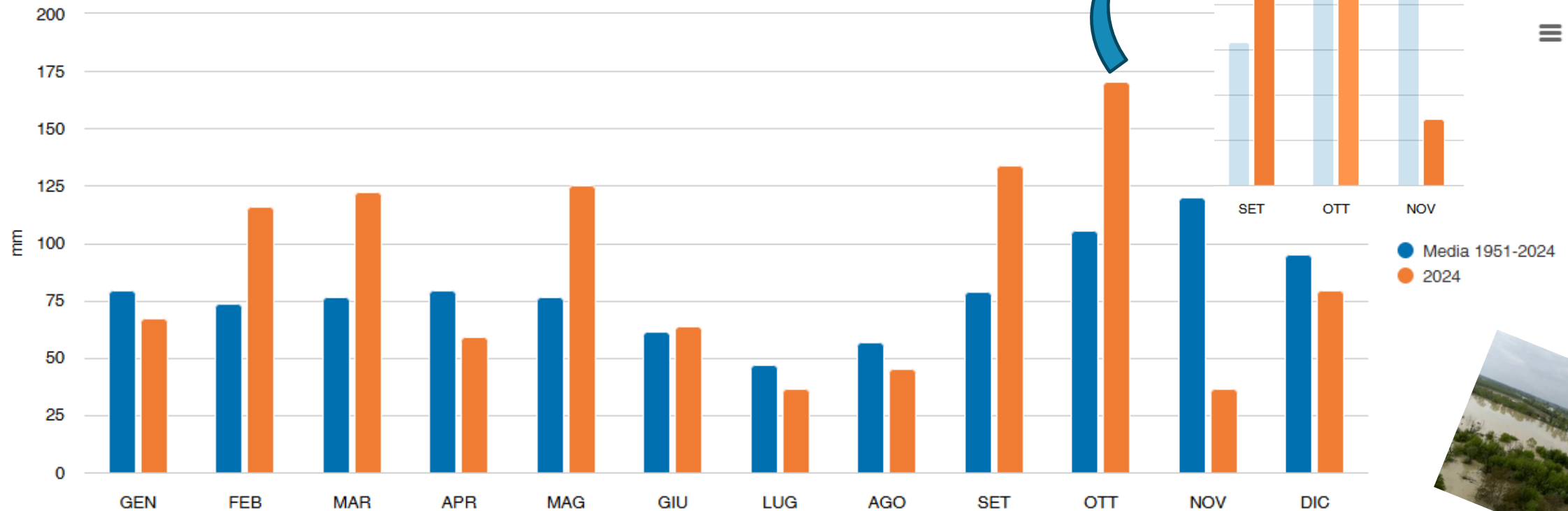
↓

$$q + q \cdot 0,545 = q \cdot (1 + 0,545) = q \cdot 1,545 \rightarrow q$$

Diagram illustrating the calculation of the final value after a 54.5% increase:

- Start with q .
- Apply the increase: $q \cdot 1,545$ (indicated by a red curved arrow).
- Result: 34 (indicated by a blue curved arrow).
- Reverse operation: $: 1,545$ (indicated by a blue curved arrow).

Precipitazione 2024 su territorio nazionale

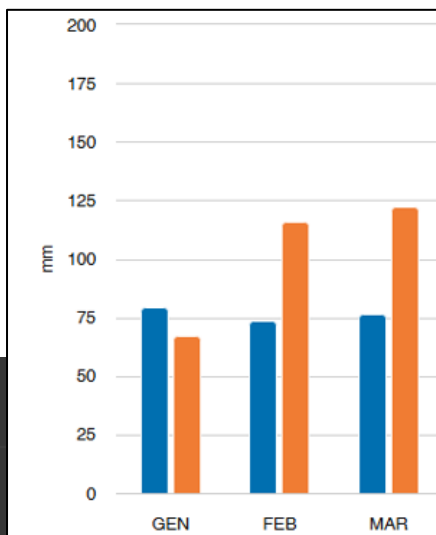


<https://indicatoriambientali.isprambiente.it/it/risorse-idriche-e-bilancio/precipitazioni#:~:text=Nel%202024%20il%20valore%20delle,ultimo%20trentennio%20climatologico%201991%E2%80%932020>

- ☐ Lettura di diagrammi a barre
- ☐ Costruzione di tabelle



Cosa significa mm di pioggia?



Dego (SV) - 22/09/2025

Tipo: Allagamenti da piogge intense

Descrizione: A Dego sono caduti fino a 413mm di pioggia in 8 ore, 111mm in un'ora. Allagamenti diffusi in tutta la provincia di Savona, con alcune persone rimaste bloccate dall'acqua nelle abitazioni e alcune frane di entità variabile.



STEM Dopo un temporale, un pluviometro, strumento che permette di determinare i millimetri di pioggia, indica che sono caduti 20 mm di pioggia.



Vadym Zaitsev/Shutterstock

➤ Quanti litri di acqua piovana sono caduti in una vasca vuota a forma di prisma retto a base quadrata con lo spigolo lungo 2 m?

Svolgimento

Osserviamo inizialmente che, se versiamo 1 L di acqua in un contenitore cubico che ha superficie di base di 1 m^2 , l'altezza dell'acqua risulta essere 1 mm.

Infatti, poiché $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$, si ha

$$\begin{aligned} h &= V : A_b = 1 \text{ dm}^3 : 1 \text{ m}^2 = \\ &= 1 \text{ dm}^3 : 100 \text{ dm}^2 = \\ &= 0,01 \text{ dm} = 1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Quindi il dato del pluviometro dice che su ogni m^2 di superficie sono caduti 20 mm di pioggia, cioè 20 L.

Calcoliamo l'area A della superficie di base della vasca:

$$A = 2 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 4 \text{ m}^2$$

Quindi i litri di pioggia caduti nella vasca sono $20 \cdot 4 = 80$.

299
▲▲▲

Dopo un temporale, Paolo legge sul suo pluviometro che sono caduti 15 mm di pioggia.

➤ Quanti litri di acqua piovana sono caduti nella vasca vuota del giardino di Paolo che ha area della superficie di base di 1 m^2 ?

[15 L]

300
▲▲▲

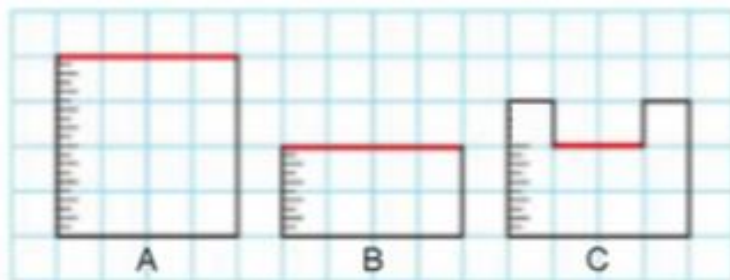
Durante un nubifragio sono caduti 50 mm di pioggia in un'ora.

a) Quanti litri d'acqua sono caduti in una piscina lunga 15 m e larga 10 m?

b) Quanti litri di acqua sono caduti su un campo lungo 100 m e largo 60 m?

[7500 L, 300 000 L]

321 Miriam, Mattia e Tom durante un temporale mettono nel cortile della scuola l'uno vicino all'altro tre contenitori graduati, con la stessa base. In figura è riportata una loro vista frontale.



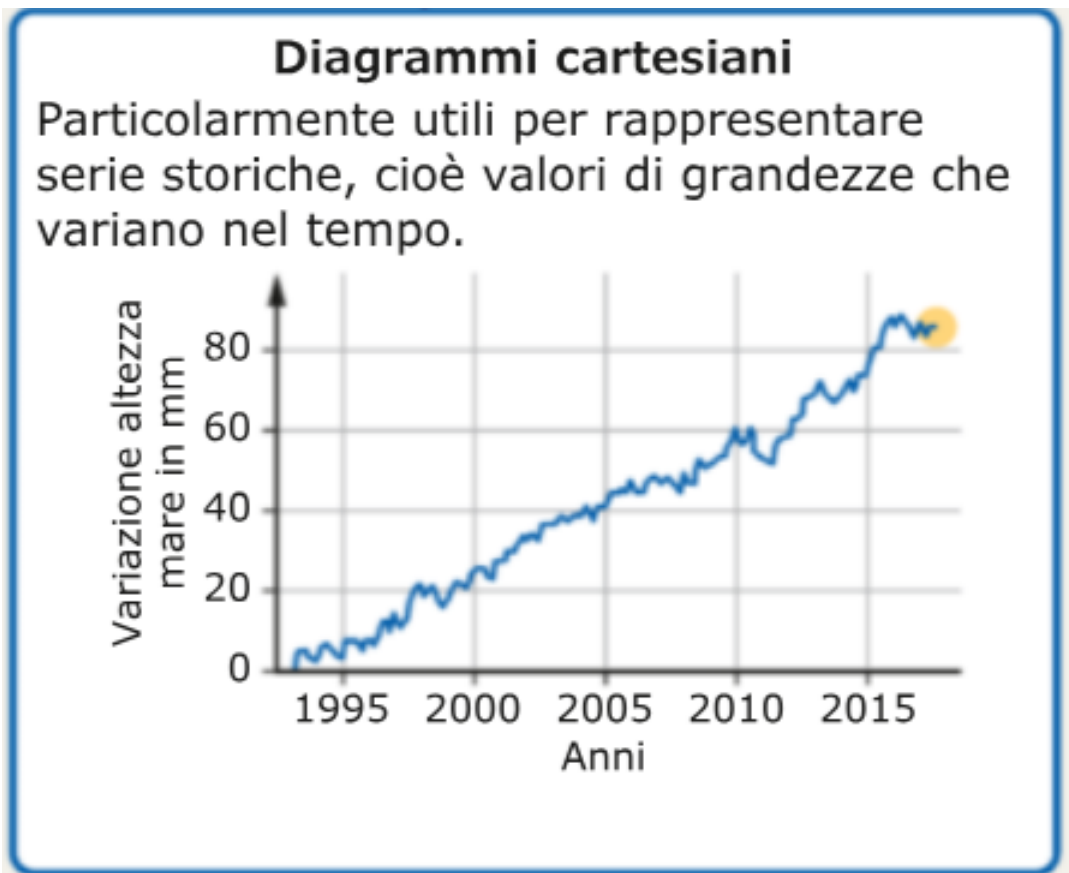
L'apertura di ogni contenitore è indicata in rosso.

Al termine della pioggia, i tre contenitori indicano i mm di pioggia caduta.

➤ Quali affermazioni sono corrette?

- ☐ A Tutti e tre i contenitori indicheranno gli stessi mm di pioggia caduta, perché nei contenitori, che sono vicini, è entrata la stessa quantità di acqua.
- ☐ B Nessuno dei tre contenitori avrà lo stesso volume di acqua, perché hanno tutti altezze diverse.
- ☒ C I contenitori A e B hanno lo stesso volume d'acqua, perché l'apertura dei contenitori ha la stessa area; inoltre, poiché sono vicini, in entrambi sono caduti gli stessi millimetri di pioggia.
- ☒ D I millimetri di pioggia segnati dal contenitore C sono meno di quelli segnati da A e da B, perché l'apertura del contenitore C ha un'area minore di quella degli altri due mentre la base è la stessa.

INNALZAMENTO DEL LIVELLO DEI MARI

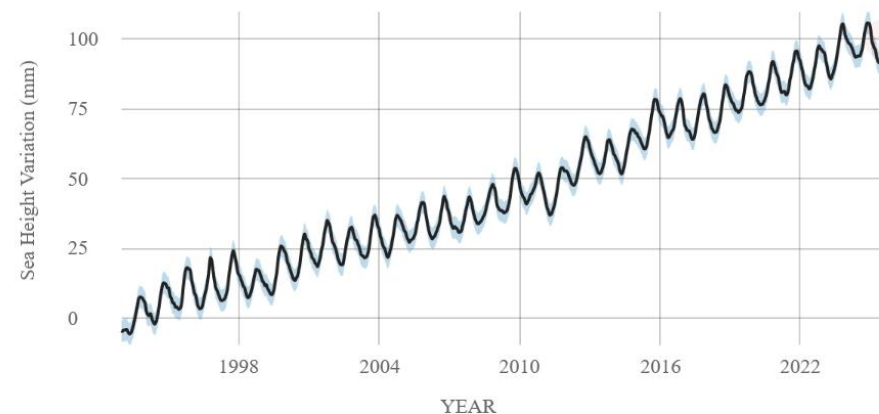


SATELLITE DATA: 1993 - PRESENT

Data source: Satellite sea level observations. Credit: NASA

RISE SINCE 1993

↑ 99.4
millimeters

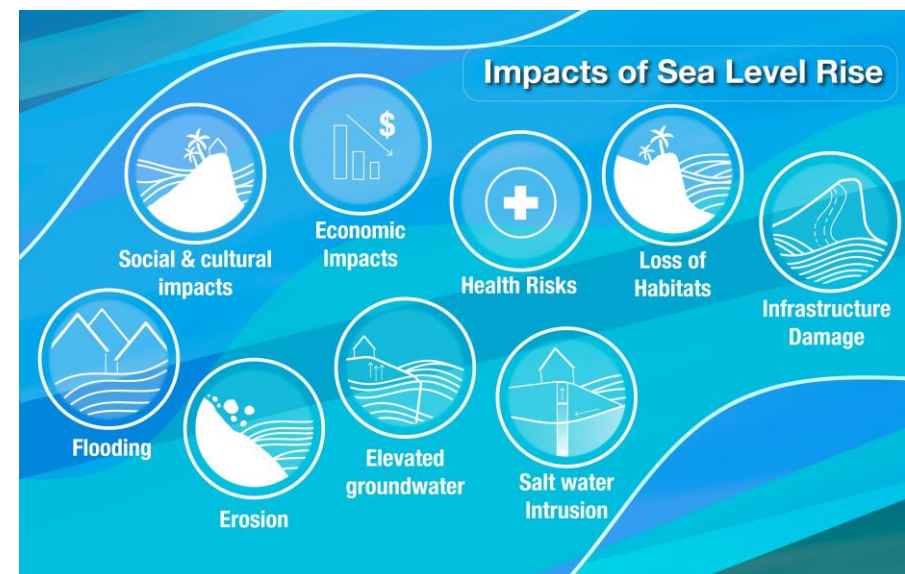


Click+drag
to zoom

RESET

Get Data: [HTTP](http://sealevel.nasa.gov/understanding-sea-level/key-indicators/global-mean-sea-level/) | Snapshot: [PNG](#)

<https://sealevel.nasa.gov/understanding-sea-level/key-indicators/global-mean-sea-level/>



<https://earth.gov/sealevel/about-sea-level-change/impacts/the-basics/>

12/12/2025

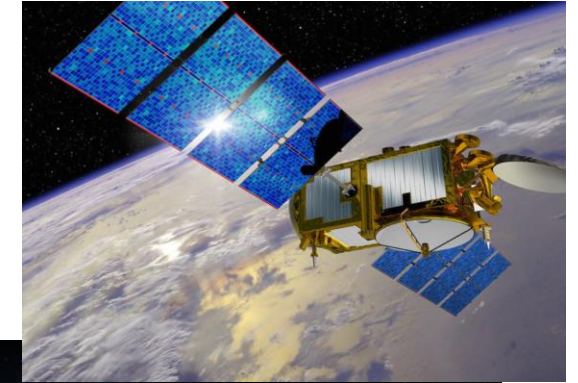
COME MONITORARE IL CAMBIAMENTO DEL LIVELLO DEI MARI?

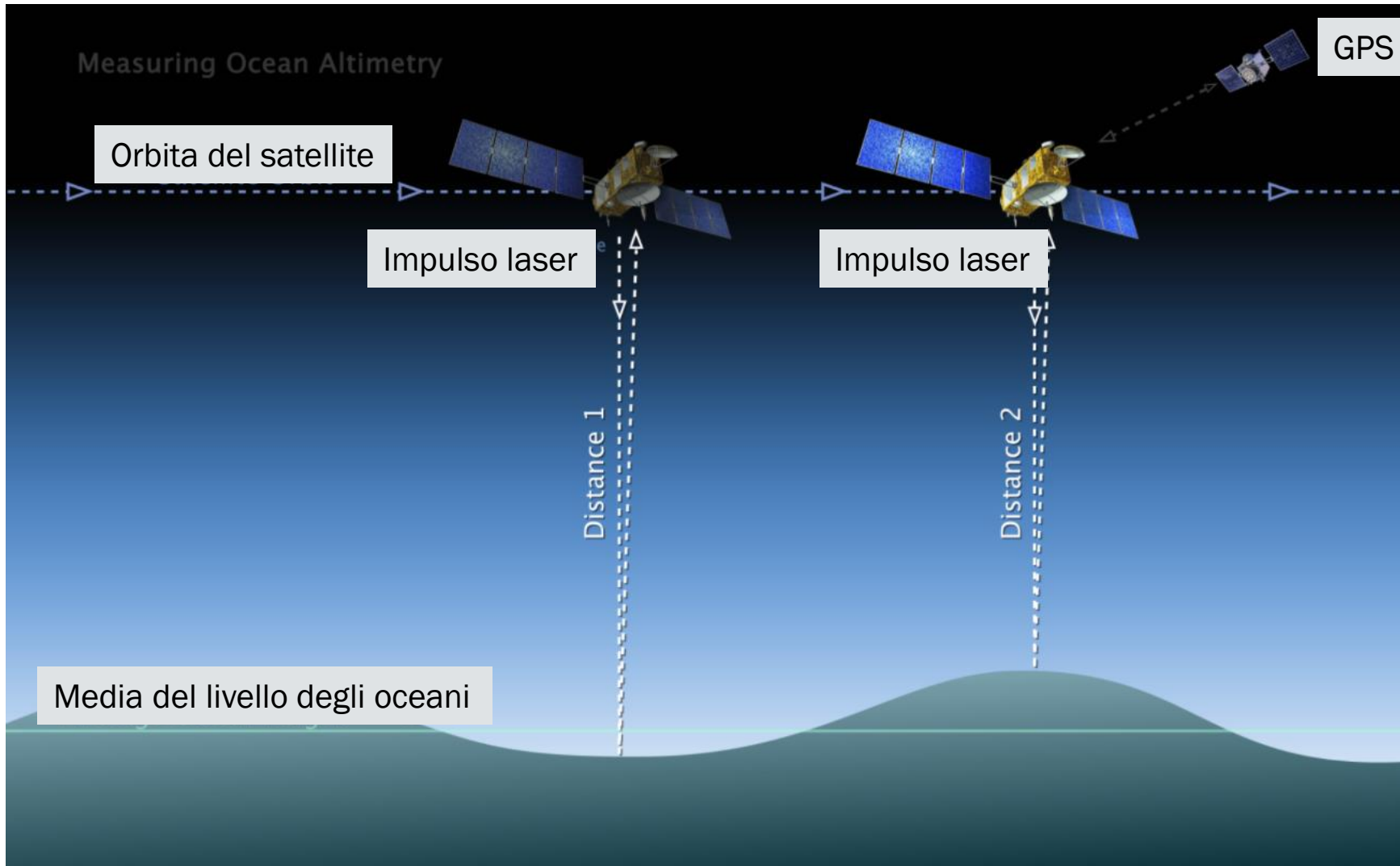
Sono necessarie alcune fondamentali considerazioni...

Le variazioni non hanno senso se studiate su singole situazioni, ma per valutarle a livello globale sono necessari moltissimi dati che consentano di capire quali siano le variazioni del livello dei mari rispetto a dei valori medi.

Questi valori medi sono calcolati in periodi di tempo ben precisi e sono ricavati da grandi quantità di misurazioni.

Per fare ciò ci si affida alle misure satellitari ormai da diversi anni...





- ❑ Il satellite invia un impulso laser sulla superficie dell'oceano
- ❑ L'impulso picchia sulla sua superficie e torna indietro
- ❑ Maggiore è la distanza percorsa dall'impulso maggiore sarà il tempo impiegato dall'impulso a tornare indietro

Il laser si muove alla velocità della luce, che come sapete, è costante, quindi per determinare la distanza percorsa, semplificando la situazione, vale questa equazione:

$$\text{Distanza} = \text{Velocità} \cdot \text{tempo}$$

E POI TANTO ALTRO...

Il fenomeno dell'espansione termica...

Il concetto di densità...

Altre indagini di tipo statistico sull'uso dell'acqua...

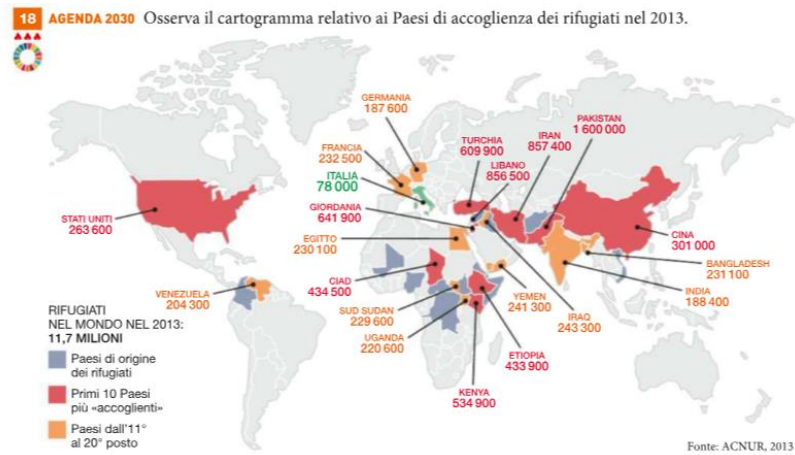
... possibili attività
in continuità con un
istituto secondario...

**L'intelligenza artificiale è
assetata di acqua. Per ogni
conversazione se ne
consuma una bottiglietta**

https://www.repubblica.it/green-and-blue/dossier/giornata-mondiale-acqua/2024/03/22/news/intelligenza_artificiale_consumo_acqua_impronta_idrica-422331571/

I profughi ambientali e i flussi migratori...

<https://www.unhcr.org/it/esistono-i-rifugiati->



Confronta il cartogramma con la tabella del 2018, in cui i rifugiati nel mondo erano 70,8 milioni.

a) Ritieni che la situazione sia molto cambiata rispetto al 2013? Giustifica la risposta.

b) Quali ritieni possano essere i principali motivi dell'aumento dei migranti in questi 5 anni?

I primi dieci Paesi di accoglienza dei rifugiati internazionali nel mondo nel 2018			
Paese	Rifugiati (in milioni)	Paese	Rifugiati (in milioni)
Turchia	3,7	Iran	0,98
Pakistan	1,4	Libano	0,95
Uganda	1,2	Bangladesh	0,906
Sudan	1,1	Etiopia	0,903
Germania	1,1	Giordania	0,715

... costruiamo un patrimonio strutturato di conoscenze utili per interpretare e analizzare il mondo che ci circonda...

Spazio e figure
Numeri
Relazioni e funzioni
Dati e previsioni



... anche semplici proposte di esercizi tratti da un testo possono diventare importanti occasioni di attività laboratoriale con cui costruire competenze significative...

E per accrescere il bagaglio culturale dei nostri studenti in ambito matematico, vogliamo porre un'attenzione particolare alla costruzione delle competenze in ambito algebrico, e allora passo la parola ad **Alfonsina**...



Approccio all'algebra

per una didattica lunga in cui il ragazzo possa esplorare,
ipotizzare, individuare e generalizzare proprietà

Passaggio dall'aritmetica all'algebra,
dal pensiero procedurale al pensiero relazionale,
dalla verifica alla dimostrazione



Attività didattiche in continuità
per introdurre l'algebra
come strumento di pensiero



Il gioco “*pensa un numero*”

a è la prima lettera
dell'alfabeto, quindi
 $a = 1$



a significa altezza



L'utilizzo di una lettera come variabile di solito
viene dato per scontato ma così non è.

ARITMETICA I

Pensa un numero...

Scheda finale «Giochi»
Unità 1 Strumenti per la
matematica

1) Leggi che cosa dicono Mara e Matteo.



Pensa un numero, raddoppialo,
aggiungi 8, togli il numero che
hai pensato, aggiungi 1, togli il
numero che hai pensato.
So indovinare il risultato!

... Fatto! Ma non puoi
indovinare il risultato:
non sei una maga!



> Secondo te Mara può ottenere il risultato senza conoscere il numero che ha
Pensato Matteo?

Pensa tu un numero e svolgi le sequenze dei calcoli sino al risultato.



Numero pensato



Risultato

Rifai lo stesso procedimento con un altro numero.



Numero pensato



Risultato

> Che cosa noti?

Indica con ? il numero pensato e completa la sequenza di calcoli:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} ? & \times & 2 & + & 8 & - & ? & + & 1 & - & ? & = & 9 \\ \text{Pensa} & \text{Raddoppialo} & & \text{Aggiungi} & & \text{Togli il numero} & & \text{Aggiungi} & & \text{Togli} & & & \\ \text{un numero} & & & 8 & & \text{pensato} & & 1 & & \text{il numero} & & & \\ & & & & & & & & & \text{pensato} & & & \end{array}$$

> Hai capito perché Mara è in grado di ottenere il risultato di Matteo, senza
utilizzare la magia?

Sottolinea il termine giusto:

Il risultato è dipendente/indipendente dal numero pensato, infatti nel calcolo ? si
elimina.

Di solito i matematici in questi casi utilizzano una lettera per rappresentare
numeri che variano, come il numero pensato nel gioco.

Utilizza la lettera n per rappresentare il numero pensato e completa la sequenza
di calcoli:

$$n \times 2 + 8 - n + 1 - n = 9$$

Pensa un numero, raddoppialo, aggiungi 8,
togli il numero che hai pensato, aggiungi 1,
togli il numero che hai pensato

il processo di insegnamento-
apprendimento è il risultato
dell'interazione sociale di più componenti

fase individuale

Scrivi la sequenza dei calcoli che esegui

La scrittura della sequenza dei calcoli e l'uso dell'uguale

Se penso 2

$$2 \cdot 2 = 4 + 8 = 12 - 2 = 10 + 1 = 11 - 2 = 9$$

$$2 \cdot 2 = 4 \quad 4 + 8 = 12 \quad 12 - 2 = 10 \quad 10 + 1 = 11 \quad 11 - 2 = 9$$

$$2 \cdot 2 + 8 - 2 + 1 - 2 = 8 + 1 = 9$$

la magia



Il risultato ottenuto da è 9

"Ha provato con i numeri da 1 a 10"
"L'ha letto su un libro"
"Conosce il trucco"
"Resta sempre 8 + 1"

discussione

Come ha fatto l'insegnante ad indovinare risultato che avete
ottenuto, pensando a numeri diversi tra loro?

il "trucco"

Se penso 3 $3 \cdot 2 + 8 - 3 + 1 - 3 = 8 + 1 = 9$

La generalizzazione

Come scrivere il gioco
in modo generale?

Pensa un numero, raddoppialo, aggiungi 8, toglì il numero che hai pensato, aggiungi 1, toglì il numero che hai pensato

?

☺

(*)

\$

"lo 0 che è un valore incognito"

"X, la usa mio fratello al liceo"

"n che rappresenta il numero infinito"

"n perché è l'iniziale di numero pensato"

È più schematica ed è
un modo più matematico

$$n \times 2 + 8 - n + 1 - n = 9$$

a lettera uguale corrisponde lo stesso numero ?

2) Considera il gioco: «Pensa un numero, aggiungi 4, aggiungi 10, toglì il numero pensato, raddoppia il risultato».

- Se lo fai a un amico, potrai scoprire il suo risultato? Perché? [Sì, il risultato è 28, il doppio della somma di 10 e 4, perché la procedura indica di sottrarre il numero pensato, per cui rimane solo il calcolo $(4 + 10) \cdot 2 = 28$]

Il risultato **non dipende** dal numero pensato

3) Considera il gioco «Pensa un numero, aggiungi 5, aggiungi il numero pensato, toglì 2 e toglì 3.»

- Se lo fai a un amico, potrai scoprire il suo risultato? Perché?
[No, perché il risultato varia al variare del numero pensato]

Il risultato **dipende** dal numero pensato

si deve risalire al numero pensato



operazioni inverse

Unità 2
Numeri naturali e decimali

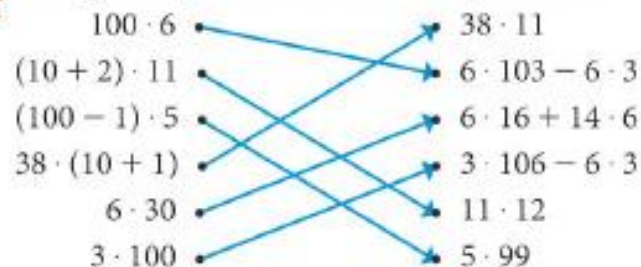
Unità 3
Le quattro operazioni e i problemi

Unità 4
Le potenze nell'insieme N

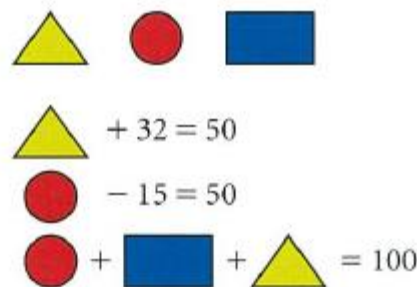
Unità 5
La divisibilità

Unità 6
Le frazioni

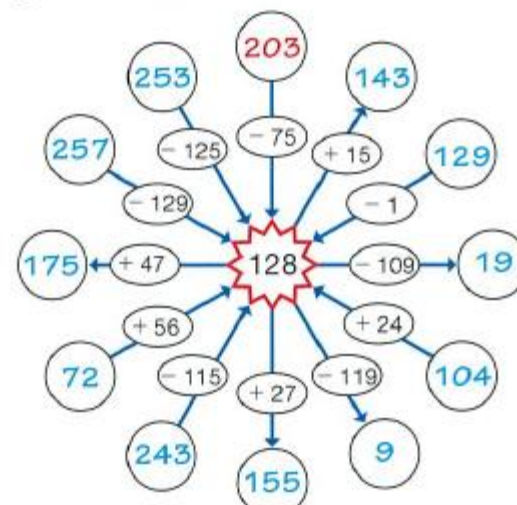
311 Collega le espressioni che si corrispondono.



59 Trova i numeri rappresentati dai simboli:



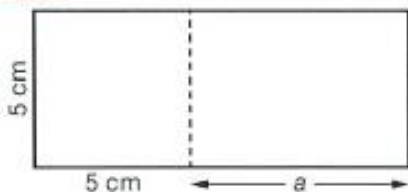
38 Completa la stella di numeri.



235 Adele pensa un numero; lo raddoppia; aggiunge 14; toglie 2. Ottiene 30.

➤ Che numero ha pensato?

131



Claudio: $A = 10 + 2 \cdot a$
Piero: $A = 25 + 5 \cdot a$
Anna: $A = 5 \cdot (5 + a)$

➤ Chi ha sbagliato a calcolare l'area? [Claudio]

20 **CONFRONTATI** Vero o falso?

- | | | |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) n^2 è multiplo di 2. | <input type="checkbox"/> V | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b) $3 \cdot n^2$ è multiplo di 3. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> F |
| c) $2 \cdot n \cdot 3 \cdot n$ è multiplo di 6. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> F |
| d) n^3 è multiplo di n^2 . | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> F |
| e) $4 \cdot n^2$ è multiplo di 8. | <input type="checkbox"/> V | <input checked="" type="checkbox"/> |

9 **CONFRONTATI** Ordina le frazioni

$$\frac{1}{a}; \frac{1}{a-1}; \frac{1}{a+1}$$

dove a è un numero naturale maggiore di 1.
Giustifica la risposta.

245 Quali numeri naturali possono essere sostituiti al denominatore b affinché la frazione $\frac{3}{b}$ sia minore di 1? Giustifica la risposta.

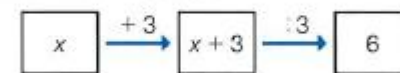
[$b > 3$ perché $\frac{3}{3} = 1$ e, all'aumentare di b , la frazione diminuisce]

Traduci i giochi in un'espressione e calcolane il risultato.

481 Pensa un numero, aggiungi 8, toglie 2, toglie il numero che hai pensato poi aggiungi 5.

$$[a + 8 - 2 - a + 5 = 11]$$

6 Determina il numero x .



[15]

37 Calcola il valore di n .

- a) $15 + n = 27$ [12]
b) $49 = n + 10$ [39]
c) $37 - n = 12$ [25]
d) $100 = n - 27$ [127]

39 Scrivi le cifre che rendono corretto il calcolo

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 5 \quad + \\ 1 \quad 9 \quad 3 \quad = \\ \hline 4 \quad 1 \quad 8 \end{array}$$

Esplorare, fare interferenze,
individuare proprietà,
generalizzare

Un curioso intreccio: numeri triangolari

I numeri triangolari

I pitagorici (V sec. a.C.) pensavano ai numeri naturali come numeri figurati, composti da unità e rappresentati da punti.
Per esempio, il numero 3 veniva rappresentato con un triangolo e quindi era considerato un **numero triangolare**, mentre il numero 4 veniva rappresentato con un quadrato e quindi faceva parte dei numeri quadrangolari:



I pitagorici non consideravano 1 un numero: la sua funzione era quella di generare tutti gli altri numeri, pari e dispari. In tal senso 1 non era pari, né dispari.

ORA TOCCA A TE...

1) Osserva la tabella che contiene i primi tre numeri triangolari; cerca di capire la regola che veniva utilizzata per rappresentare i numeri triangolari e disegna il quarto numero per completare la tabella.

T_1	T_2	T_3	T_4
1	$1 + 2$	$1 + 2 + 3$	$1 + 2 + 3 + 4$
1	3	6	10

268

STORIA

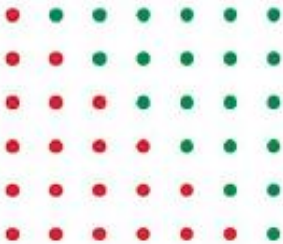
Il maestro del grande matematico Friedrich Gauss (1777-1855) pensava di poter tenere impegnato a lungo il giovane Friedrich di 10 anni con il seguente problema:
«Calcola la somma dei primi 100 numeri naturali».

Gauss trovò una strategia veloce per fare meno calcoli possibili e in pochissimo tempo terminò il compito:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 95 + 96 + 97 + 98 + 99 + 100$

> Quale strategia ha usato Gauss? Spiega.
[La somma delle coppie di numeri è sempre 101, le coppie sono la metà di 100, ossia 50, quindi $50 \cdot 101 = 5050$]
[1, 3, 6, 10, 15, 21, 28]

- 2) Scrivi i primi sette numeri triangolari.
- 3) Osserva la figura seguente formata da due copie del sesto numero triangolare, T_6 , opportunamente disposte.



- a) Come puoi calcolare il numero dei punti che formano il rettangolo?
[È formato da 6 righe di 7 punti ciascuna, quindi i punti sono $6 \cdot 7 = 42$]
- b) Utilizza il rettangolo per calcolare la somma dei primi sei numeri naturali.
[$6 \cdot 7 : 2 = 21$]
- c) Calcola velocemente la somma dei primi 50 numeri naturali.
[$50 \cdot 51 : 2 = 1275$]
- d) Scrivi un'espressione che consenta di calcolare la somma dei primi n numeri naturali al variare di n .
[$n \cdot (n + 1) : 2$]

Le proprietà dei numeri

Esplorare, fare interferenze,
individuare proprietà,
generalizzare
dimostrare

Cosa succede se

Supponi di avere un certo insieme di numeri naturali; a tutti gli elementi dell'insieme applica la trasformazione " $+1$ "

Che effetto produce la trasformazione?

- Alcuni numeri del primo insieme compaiono anche nel secondo insieme
- ogni numero naturale addizionato a 1 cambia l'unità oppure tutta la cifra es ($39+1=40$), ($30+1=31$)
- mantengono sempre la stessa differenza tra loro (ad esempio $23-15=8$, quindi $24-16=8$!)
- se aggiungo 1 ai numeri pari diventano dispari e se lo aggiungo ai numeri dispari diventano pari
- Ogni numero diventa più grande
- il numero cambia diventando il suo successivo sulla "linea dei numeri"

Quale affermazione è vera per ogni valore di n ?

Unità 2 Numeri naturali e decimali

54 CONFRONTATI Che cosa accade se si addiziona un numero naturale n con 1?

- Carlo: «Si ottiene un numero maggiore di n »
 - Luisa: «Si ottiene un numero pari, infatti se $n = 3$, $n + 1 = 4$ »
 - Anna: «Cambia la cifra delle decine, infatti se $n = 19$, $n + 1 = 20$ ».
- > Chi sbaglia? Giustifica la risposta.

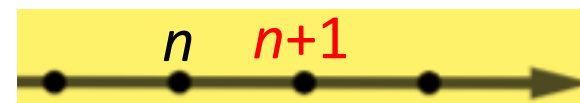
Risposte particolari

Esistono dei valori di n
per cui succede che ...

Risposta generale

Per ogni n succede che ...

L'algebra **incarna** in modo opportuno
la proprietà essere il **successivo** di n



Con la trasformazione "+1" alcuni numeri del primo insieme appaiono anche nel secondo insieme

io li ho messi a casaccio, non ho pensato che erano consecutivi. Non ho pensato che se mettevo numeri non consecutivi come 7 e 20 le cose cambiavano



IL CONTROESEMPIO

per essere vera ci devono essere numeri consecutivi, allora allora la mia è sbagliata

io ho scritto che l'affermazione è vera se il primo insieme conteneva numeri consecutivi tra loro

però pensando che deve essere vera per tutti i numeri, per dimostrare che è falsa mi è venuta un'idea:...

mi basta un esempio che mostri che non è vera, per esempio 3, 10, 12

ARGOMENTO, GIUSTIFICO, RIFLETTO

23



La somma di due numeri è pari solo se i due addendi sono entrambi pari.

> Nathan ha ragione? Giustifica la risposta.

[No, la somma è pari anche se i due addendi sono entrambi dispari.
Per es. $7 + 5 = 12$]

37 È vero che un numero pari si ottiene solo come prodotto di numeri pari? Giustifica la risposta.

[No. Controesempio: $54 = 27 \cdot 2$, ma 27 non è pari]

89

▲▲▲



51 ha come divisori solo 1 e 51.

> Miriam ha ragione? Giustifica la risposta.

[No, infatti $51 = 17 \cdot 3$, quindi 51 ha come divisori 1, 3, 17, 51]

93 José afferma che la somma di due numeri dispari è divisibile per 4.

> Ha ragione? Giustifica la risposta.

[No. Controesempio: $5 + 9 = 14$ e 14 non è divisibile per 4]

8



Il dividendo di una divisione è sempre maggiore del divisore.

> Emily ha ragione? Giustifica la risposta.

[No. Controesempio: $5 : 5$ ha dividendo uguale a 5 e divisore uguale a 5]

92

▲▲▲



Nel sistema decimale, se un numero termina per 3, è divisibile per 3.

> Leo ha ragione? Giustifica la risposta.

[No. Controesempio: 13 non è divisibile per 3]

25



La somma di tre numeri consecutivi è sempre pari.

> Emily ha ragione? Giustifica la risposta.

[No. Controesempio: $4 + 5 + 6 = 15$ che non è pari]

36 Claudio afferma che può esistere un numero multiplo di 8, ma non di 4.

▲▲▲

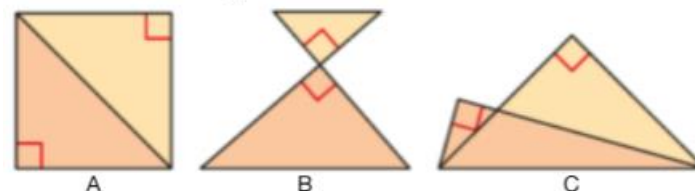
> Ha ragione? Giustifica la risposta.

[No. Infatti un multiplo di 8 si può scrivere come $8 \cdot n = 2 \cdot 4 \cdot n$ e quindi è anche multiplo di 4]

294 Se due triangoli rettangoli hanno ipotenuse congruenti allora sono congruenti?

▲▲▲

> Quale disegno puoi usare come controesempio?



[Il disegno C, infatti i due triangoli hanno la stessa ipotenusa e sono rettangoli, ma non soddisfano alcun criterio di congruenza]

Laboratorio di matematica in continuità con la primaria

Se un numero termina per 1 **e** non è un multiplo di 3, allora è un numero primo

11 primo

21 multiplo di 3

31 primo

41 primo

51 multiplo di 3

61 primo

71 primo *fino al 71 è vera*

provo ad andare avanti

ad un certo punto mi devo fermare

*c'è una specie di **regola**: due sono primi ed uno no*

*però con **quella regola della divisibilità per 3** quello di sommare le cifre del numero noi non siamo proprio sicuri di questo perché non so se il matematico ha provato con tutti i numeri che ci sono*

81 multiplo di 3

91 non è multiplo di 3 e non è primo (13 x 7)

ARGOMENTO, GIUSTIFICO, RIFLETO

215 CONFRONTATI Se un numero termina per 1 e non è multiplo di 3, allora è un numero primo.

> È vero? Giustifica la risposta.

170 CONFRONTATI

▲▲▲



$a \cdot 100 + a \cdot 10 + a$
è un numero divisibile
per 3.

> Emily ha ragione? Sostituisci ad a alcuni numeri per aiutarti a giustificare la risposta.

se aggiungo 1 ai numeri pari diventano dispari e se lo aggiungo ai numeri dispari diventano pari

999 - 1000 - 1001 ...
 ↓ ↓ ↓
 DISPARI PARI DISPARI ...

Del primo numero dei naturali (0) parte una "catena" alternata tra numeri pari e numeri dispari.

→ A < B < C < D < E ...

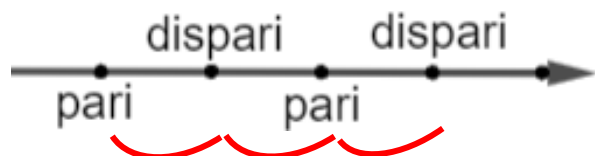
→ $P+1=D$, $D+1=P$, $P+1=D$...



55 Lisa afferma che se k è un numero pari, allora

▲▲▲ $k+3$ è un numero dispari.

► Ha ragione? Giustifica la risposta.



[Sì. Infatti, se da un numero pari si applica tre volte il passaggio al successivo, si ottiene un numero dispari]

Si può dimostrare con un esempio?

Faccio degli esempi, il controesempio non lo trovo.

Posso fare infiniti esempi?

Perché non può che essere vera?

Quale trasformazione devi applicare agli elementi di un insieme affinché l'insieme trasformato sia costituito solo da numeri pari ?

SI POTREBBE ANCHE AGGIUNGERE +1 AI NUMERI DISPARI COSI' CHE DIVENTINO PARI, E AI NUMERI PARI AGGIUNGERE +2.

4
108 83
65 52
97

+2 AI NUMERI PARI → 546 110

+1 AI NUMERI DISPARI → 66 98 84

SECONDO ME DEVI METTERE TUTTI I NUMERI DISPARI DA UNA PARTE POI CI AGGIUNGI 1 E DIVENTANO TUTTI PARI.

OPPURE POSSO RADDOPPIARE I NUMERI PARI. PER ESEMPIO 2 DIVENTA 4 CHE E' SEMPRE PARI

Scrivi tutti i tentativi e i ragionamenti che fai

QUESTO E' L'INSIEME INIZIALE

25
7 4

ORA DEVO TRASFORMARLO DA UN INSIEME QUALSIASI IN UN INSIEME DI NUMERI PARI. INIZIAMO PROVANDO CON UN ESEMPIO: (solo per dare un'idea)

1) 25 5+5=10
7 7+7=14
7 4 PROVIANO ADDIZIONANDO I NUMERI DISPARI PER LORO STESSI.

PROVAMO A FARE UN ALTRO ESEMPIO PER CAPIRE MEGLIO:

2) 4 7 4·2= 7·2
5 8 5·2= 8·2

MOLTIPLICANDO I NUMERI PER DUE DIVENTANO TUTTI PARI. QUINDI LA RISPOSTA GIUSTA E' LA 2

Bastera ad ogni numero del nostro insieme moltiplicarlo per 2 infatti: si decidera se un numero e pari o dispari leggendo l'ultima cifra la moltiplica x10 aggiunge come ultima cifra lo 0 cioè un numero pari di conseguenza tutto il numero diventera pari.

n	2·n	10·n
0	0	0
1	2	10
2	4	20
3	6	30
4	8	40

$2 \cdot n$

$2 \cdot n + 1$

la definizione di numero pari

un numero
che si può
dividere per 2

ma senza i
decimali

un numero che
compare nella
tabellina del 2

un multiplo di 2

il successivo di un
numero dispari

Flessibilità della designazione connotativa:

Un pari è il doppio di un
numero e anche il
precedente/successivo di
un dispari

330 Completa le celle in giallo e rispondi alle
domande.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0									
1		2								
2			4							
3				6						
4					8					
5						10				
6							12			
7								14		
8									16	
9										18

a) Scrivi un'espressione che rappresenti tutte le
addizioni che hai effettuato per scrivere i numeri
nelle celle in giallo. [Per es. $n + n$ oppure $2 \cdot n$]

b) Che caratteristica hanno tutti i numeri che
hai ottenuto? [Sono tutti numeri pari]

$n + n$

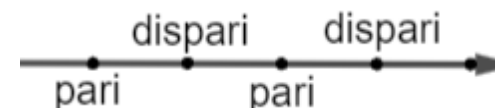


$2 \cdot n$

332 CONFRONTATI Come puoi definire e poi rappresentare un numero dispari?

Confronta la risposta con i compagni.

[È il successivo di un numero pari; se n è un qualunque numero naturale, $2 \cdot n + 1$ è dispari]



$2 \cdot n + 1$

Unità 3
**Le quattro operazioni
e i problemi**

41 ESERCIZIO SVOLTO

→ Esercizi 42-46

La somma di due numeri pari è pari? Giustifica la risposta.

Svolgimento

La somma di due numeri pari si può scrivere

$$2 \cdot n + 2 \cdot m = 2 \cdot (n + m) \text{ proprietà distributiva della moltiplicazione}$$

Anche $n + m$ è un numero naturale, perciò

$2 \cdot (n + m)$ è un numero pari.

Quindi la somma di due numeri pari è pari.

Esplorare, fare interferenze,
individuare proprietà,
generalizzare,
dimostrare

Nota Vanno bene anche le risposte in linguaggio naturale.



42 **CONFRONTATI** Che cosa succede se a un numero
▲▲▲ pari addizioni un numero dispari? Giustifica la
risposta. [Si ottiene $2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1$ che è dispari]

$$2 \cdot n + 2 \cdot n + 1 = 4 \cdot n + 1 = 2 \cdot 2 \cdot n + 1 \text{ numero dispari}$$

algebra strumento di pensiero

linguaggio naturale strumento di pensiero

Se addizioniamo un numero pari ad un numero dispari otteniamo un numero dispari perché è come se addizionassimo due numeri pari la cui somma è pari e poi ci aggiungessimo 1 (visto che un numero dispari è il successivo di un numero pari)

L'algebra strumento di pensiero

Unità 2

Il linguaggio dell'algebra

► L'algebra per rappresentare

A parole



In una moltiplicazione se cambi l'ordine dei fattori il prodotto non cambia.

Con il linguaggio dell'algebra



7 Scrivi 14 e 36 nella forma:

- ▲▲▲ a) $n - 1$
- b) $2 \cdot n$
- c) $n + 1$

Quattro formule rappresentano, per ogni valore numerico attribuito alla lettera, lo stesso numero. Indica con una crocetta la formula intrusa.

- 411 ▲▲▲
- | | | | | |
|-------------------|----------|----------|------|-----------|
| $2 \cdot 3n + 2n$ | $n + 7n$ | $9n - 1$ | $8n$ | $16n : 2$ |
|-------------------|----------|----------|------|-----------|

► L'algebra per risolvere problemi

Indica l'uguaglianza che risolve il problema.

54 ▲▲▲ Qual è il numero n tale che il suo doppio è uguale a 52?

- ☐ A $n = 52 - 2$
- ☒ B $2 \cdot n = 52$
- ☐ C $n : 2 = 52$
- ☐ D $n = 52 \cdot 2$

67 ▲▲▲ Sara ha x anni, suo figlio ne ha 12. La somma delle loro età è 50.

- a) Scrivi un'uguaglianza per determinare l'età di Sara.
- b) Qual è l'età di Sara? [a] $x + 12 = 50$; b) 38 anni]

71 **EDUCAZIONE FINANZIARIA** ▲▲▲ Alcuni maglioni per la montagna sono venduti con lo sconto.



► Quale uguaglianza consente di calcolare il prezzo scontato s di ogni maglione a partire dal prezzo p originario?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $s = p - 40$ | <input type="checkbox"/> C $s = p \cdot 0,4$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> B $s = p \cdot 0,6$ | <input type="checkbox"/> D $s = p - 60$ |

► L'algebra per dimostrare

$2 \cdot n$ rappresenta un numero pari, perché è multiplo di 2. $2 \cdot n + 1$, che è il successivo di $2 \cdot n$, rappresenta un numero dispari.



57 ▲▲▲



$$6 \cdot a = 3 \cdot (2 \cdot a)$$

► Quale affermazione ha dimostrato Tom?

- ☐ A Un multiplo di 6 è un multiplo di 9.
- ☒ B Un numero divisibile per 6 è anche divisibile per 3.
- ☐ C Un numero divisibile per 3 è anche divisibile per 6.
- ☐ D Un numero può essere multiplo di 6.

Con l'algebra le dimostrazioni diventano veri e propri calcoli!



Le proprietà dei numeri

in continuità con le superiori

Laboratorio di matematica
Esplorare, fare interferenze,
individuare proprietà,
generalizzare, dimostrare

ARITMETICA I
Unità 3
Le quattro operazioni e i problemi
Unità 5
La divisibilità

334 È vero che il prodotto di tre numeri naturali consecutivi è sempre dispari?
[No. Controesempio: $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$]

45 Completa la tabella e rispondi alla domanda.

a	$a + 1$	$a + 2$	$a \cdot (a + 1) \cdot (a + 2)$
2	3	4	24
3	4	5	60
5	6	7	210
12	13	14	2184

➤ Il prodotto di tre numeri naturali consecutivi può essere un numero dispari? Giustifica la risposta.



D11.

a. Osserva e completa la seguente tabella.

n	$(n-1)n(n+1)$
2	$1 \times 2 \times 3$
3	$2 \times 3 \times 4$
4
5

b. Giulia afferma: “Per ogni numero naturale n maggiore di 1, $(n-1)n(n+1)$ è divisibile per 6”. Spiega perché Giulia ha ragione.

.....
.....

c. Francesco afferma: “ $n^3 - n$ è uguale a $(n-1)n(n+1)$ ”. Dimostra che Francesco ha ragione.

.....
.....

Prova Invalsi 2012 grado 10

Laboratorio di matematica
in continuità con le superiori

È vero che la somma di tre numeri consecutivi è un multiplo di 3? Giustifica la risposta

Continuità cognitiva tra processo di produzione di una congettura e processo di costruzione di una dimostrazione

201
▲▲▲

a	$b = a + 1$	$c = a + 2$	$a + b + c$

- a) Completa la tabella con tre numeri consecutivi scelti a piacere.
- b) Quale proprietà ottieni se addizioni tre numeri consecutivi? Giustifica la risposta.

■

abbiamo provato con degli esempi e abbiamo capito che la somma di 3 numeri è un multiplo di 3, perché i numeri sono 3, ma devono essere consecutivi

■

$6 + 7 + 8 = 21 \quad 7 \times 3$

$(n) + (n+1) + (n+2) \quad 4 + 5 + 6 \quad 15 = 3 \times 5$

$n + n + 1 + n + 2 \quad 3n + 3$

$3 \times 4 + 3 = 12 + 3 = 15$

■

123 456 789 101112 131415 161718 192021 222324 2526
6 15 24 33 42 51 60 69 78
~~Si, perché un qualsiasi numero~~
 $n + n + 1 + n + 2 =$
Si è vero perché facendo la somma di 3 numeri qualsiasi il risultato è sempre un numero divisibile per 3
 $n + n + 1 + n + 2 = (n + n + n) + 1 + 2 = 3n + 3$
 $(3 \cdot (n + 1))$
multiplo di 3 !!

■

vero perché $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$ $\frac{3n + 3}{3} = n + 1$

■

vero in formula $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$

Si dà un senso al calcolo algebrico?

691
▲▲▲

È vero che al variare di n , $n + n^2$ è pari? Giustifica la risposta.

[Sì, perché $n + n^2 = n(1 + n)$ per cui, se n è pari, $n + 1$ è dispari e il loro prodotto è pari, e se n è dispari, $n + 1$ è pari e il loro prodotto è pari]

LA RISPOSTA DI LUCA

6b) $3, 4, 5 = 9 + 5 = 14 : 3 = //$

Sì PERCHÉ SE SI HA
~~DIPELIDE~~, ~~DAI~~ ~~NUMERI~~ CHE SI HA.

ES. SE ~~AVESSEMO~~ $3, 4, 5$, $3 + 4 + 5 = 12$
 12 ~~non~~ è divisibile ~~per~~ 3

~~PER~~

SE $14, 15, 16$ PER DIMOSTRARE CHE VERO SÌ
 PRENDE 1 DA 16 E SÌ AGGIUNGE A 14
 $15, 15, 15$ TAC, QUESTO VALE PER QUALSIASI
 NUMERO

559



Per dimostrare che la somma di tre numeri naturali consecutivi è divisibile per 3, Lisa ha iniziato a scrivere:

$$(a - 1) + a + (a + 1)$$

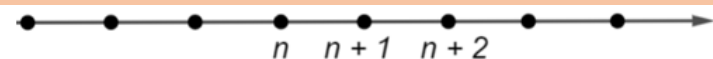
Completa la dimostrazione:

$$(a - 1) + a + (a + 1) = a - 1 + a + 1 = 3a$$

Per exeplo

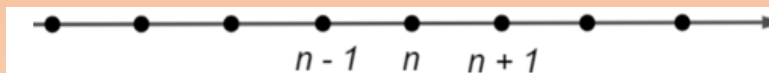
Così farai per
i somiglianti

$$n \geq 0$$



$$n + n+1 + n+2 = 3n + 3 = 3(n + 1) \text{ multiplo di 3}$$

$$n \geq 1$$



$$n-1 + n + n+1 = 3n \text{ multiplo di 3}$$

L'esperienza

Una formula valida per tutte le molle è:

$$L = l + a \cdot N,$$

con L lunghezza molla,

l lunghezza iniziale,

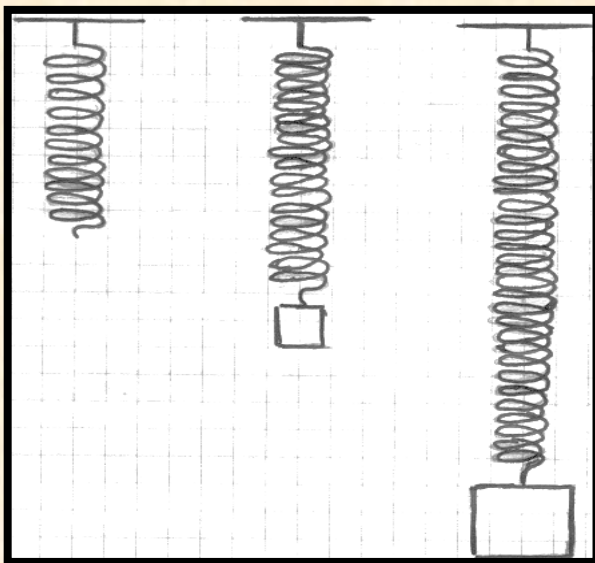
a allungamento unitario

N numero delle unità di peso.

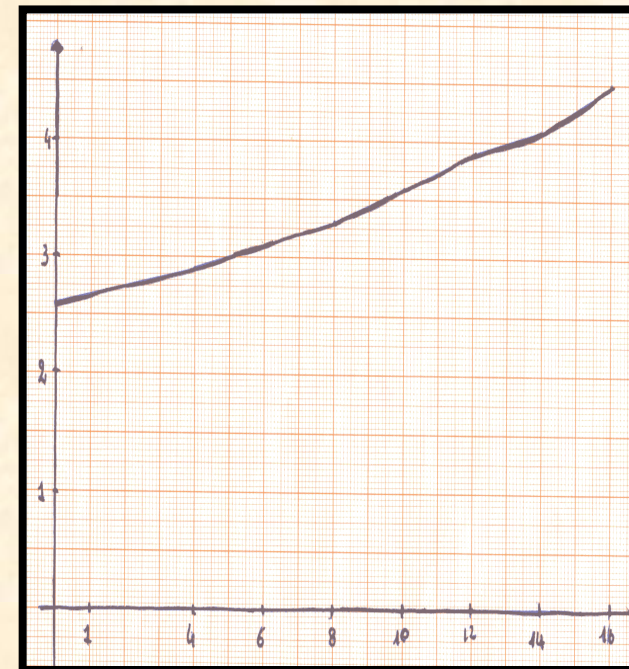
Dovevamo ora riadattare il modello generale ad una particolare situazione, determinando i valori di l e di a in modo da ottenere un buon accordo del modello teorico con i dati sperimentali.



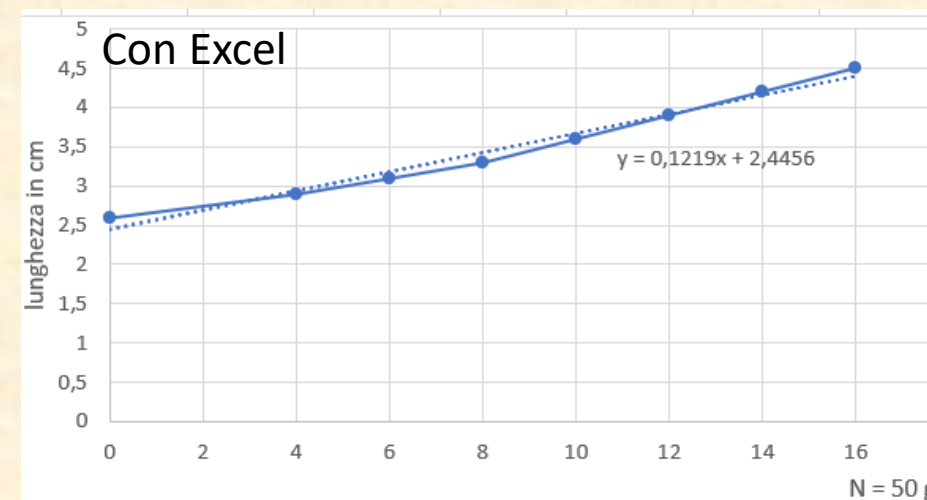
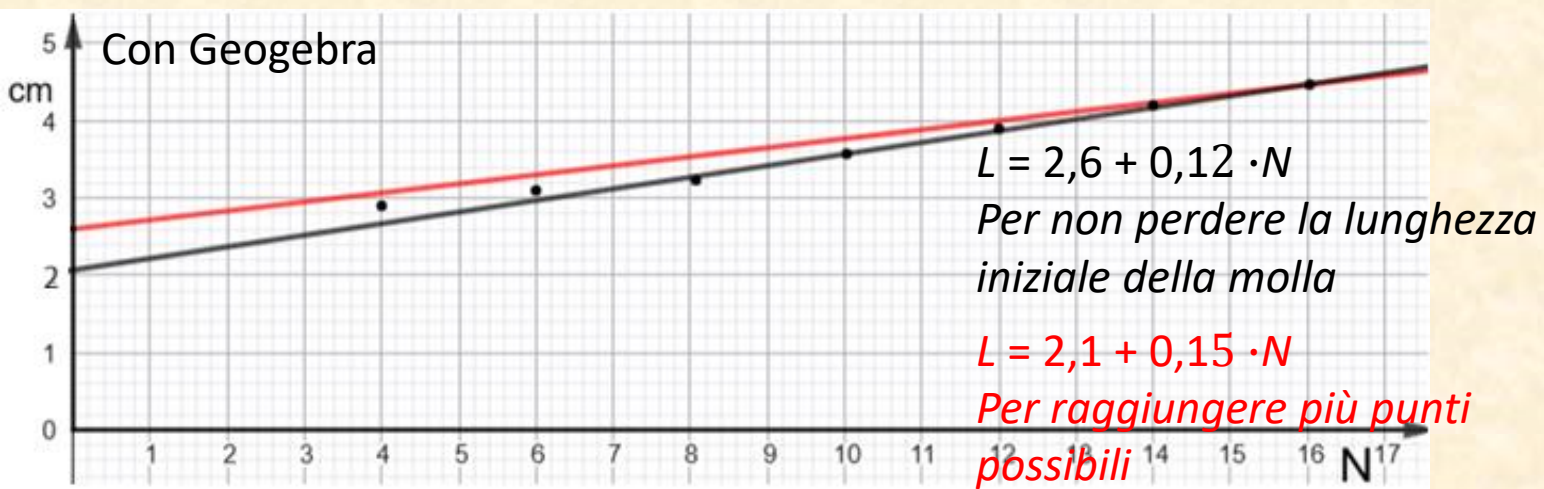
- 1) Abbiamo scelto, tra quelle a disposizione, la molla che ci sembrava meno resistente, misurato la sua lunghezza "a riposo" e riportato il dato in una tabella.
- 2) Applicate man mano le unità di peso scelte, abbiamo rilevato i corrispondenti valori assunti dalla lunghezza e completato, con i dati raccolti, la tabella.
- 3) Abbiamo infine costruito il grafico sperimentale.



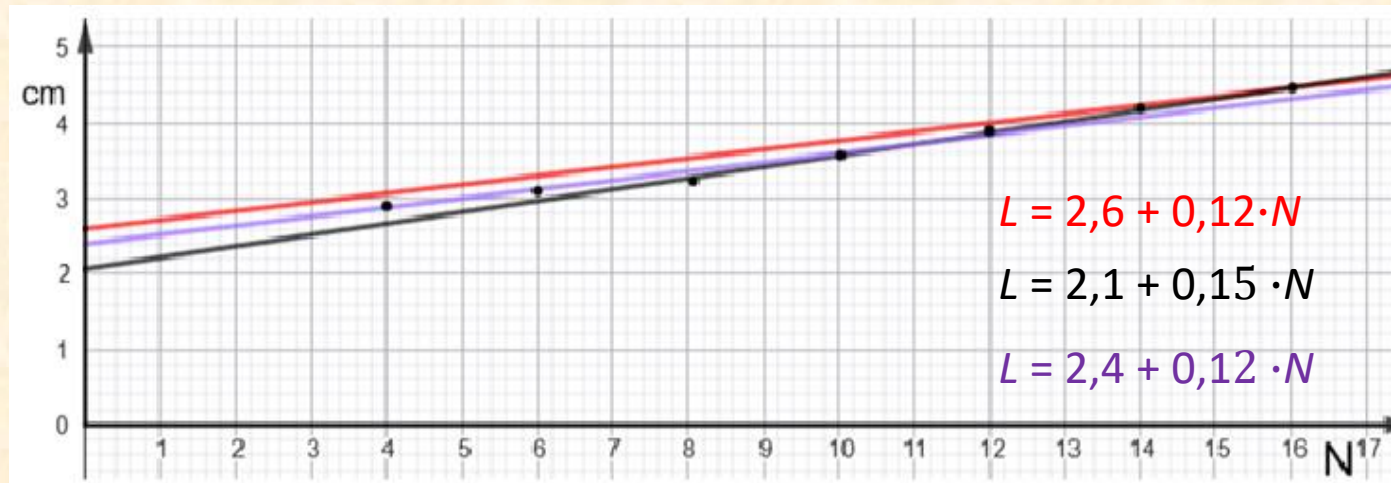
Numero unità di peso (50g)	Lunghezza molla (cm)
0	2.6
4	2.9
6	3.1
8	3.3
10	3.6
12	3.9
14	4.2
16	4.5



QUALE MODELLO MATEMATICO?



Abbiamo riportato su GeoGebra anche la funzione lineare proposta da Excel, con approssimazione



QUALE FUNZIONE SCEGLIERE?

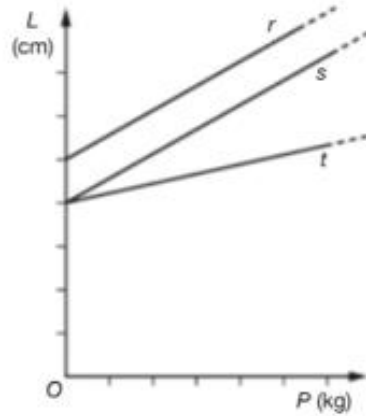
Abbiamo scelto $L = 2,1 + 0,15 \cdot N$ perché pensiamo che ci permetta di prevedere, approssimativamente, i possibili allungamenti senza dover più far ricorso all'esperimento.

Tale attività di previsione però ha senso solo se si opera entro i limiti di validità del modello utilizzato.

II Unità 4 proporzionalità diretta e inversa

III Unità 4 le funzioni nel piano cartesiano

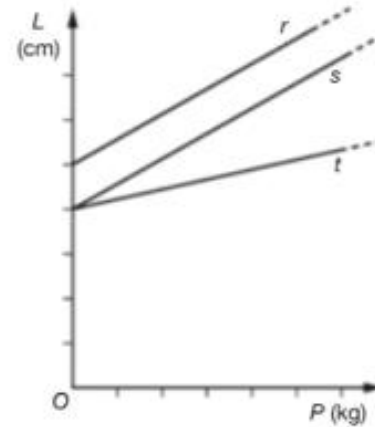
265 STEM I grafici rappresentano la lunghezza L di tre molle in funzione del peso P attaccato alle loro estremità. Ricorda che la lunghezza di una molla è data dalla funzione $L = L_0 + kP$, con L_0 lunghezza della molla senza peso.



Associa ogni grafico all'equazione che può corrispondergli.

- $L = 50 + 4P$ ☒ **r**
 $L = 50 - 4P$ ☐
 $L = 40 + 4P$ ☒ **s**
 $L = 40 + 2P$ ☒ **t**

265 STEM I grafici rappresentano la lunghezza L di tre molle in funzione del peso P attaccato alle loro estremità. Ricorda che la lunghezza di una molla è data dalla funzione $L = L_0 + kP$, con L_0 lunghezza della molla senza peso.



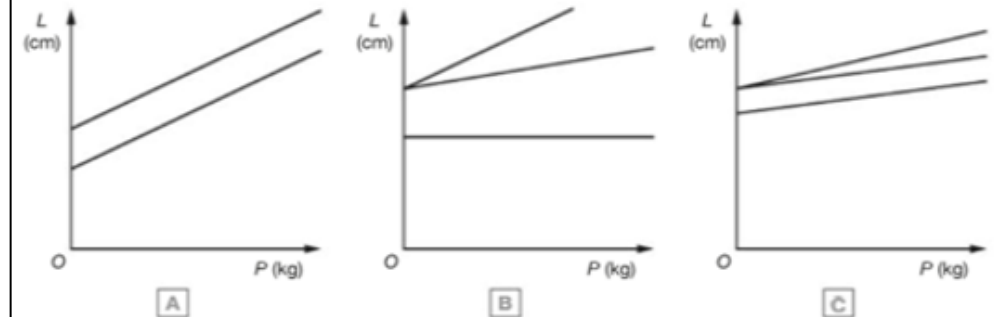
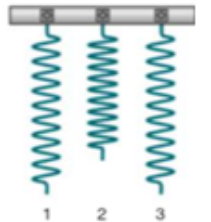
Associa ogni grafico all'equazione che può corrispondergli.

- $L = 50 + 4P$ ☒ **r**
 $L = 50 - 4P$ ☐
 $L = 40 + 4P$ ☒ **s**
 $L = 40 + 2P$ ☒ **t**

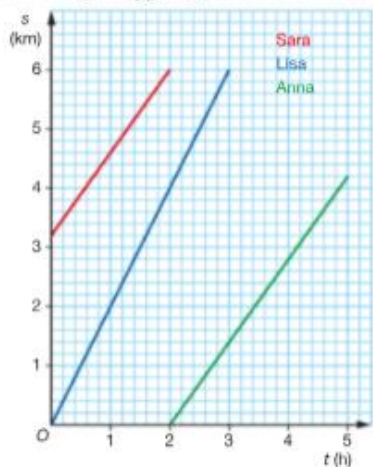
CONFRONTATI La molla 1 ha lo stesso coefficiente di allungamento k della molla 2, ma diverso da quello della molla 3. La lunghezza di una molla è data da $L = L_0 + kP$, con L_0 lunghezza iniziale della molla e k coefficiente di allungamento.

a) Quale grafico rappresenta la lunghezza L di ciascuna molla in funzione del peso P a essa applicato?

b) Perché escludi gli altri grafici?



266 STEM Il grafico rappresenta la distanza percorsa da Sara, Lisa e Anna in funzione del tempo durante una passeggiata, partendo da casa.



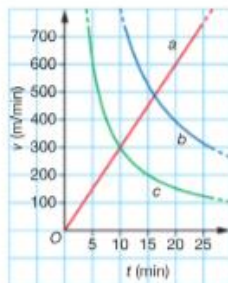
- a) Quali ragazze partono da casa alla stessa ora e quali abitano nello stesso palazzo?
b) Quanti chilometri distano le case di Lisa e di Sara?
c) Quali ragazze si muovono con la stessa velocità media?

[a) Sara e Lisa; Lisa e Anna; b) 3,2 km; c) Sara e Anna]

175 Completa la tabella in cui sono stati registrati i tempi t impiegati e le corrispondenti velocità medie v ottenute da tre ragazze in una corsa.

	t (min)	v (m/min)
Elio	10	300
Eros	12	250
Evan	15	200

► Quale tra i grafici a , b , c corrisponde alla relazione descritta dalla tabella? [c]



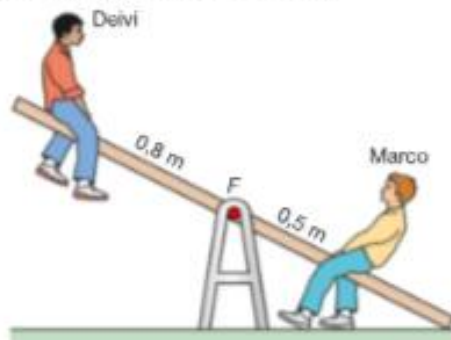
382 STEM La Stazione spaziale internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra e in 10 ore percorre 276 000 km.



► Quanto tempo impiega la ISS a percorrere l'orbita di 43 000 km se procede sempre con la stessa velocità? Arrotonda ai centesimi di ora.

[1,56 h]

a) Marco ha una massa di 48 kg.



► La massa di Deivi è maggiore o minore di 30 kg? Giustifica la risposta.

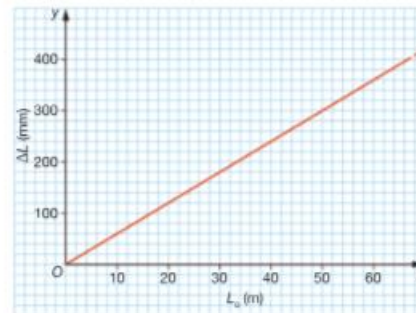
[Minore. Infatti se la massa di Deivi fosse di 30 kg l'altalena sarebbe in equilibrio, invece è sbilanciata dalla parte di Marco]

b) Marco resta sull'altalena nella stessa posizione.

► Scrivi una disequazione che esprima la massa m di Deivi in funzione della distanza d tra la posizione di Deivi e il fulcro F all'equilibrio.

$$m < \frac{24}{d}$$

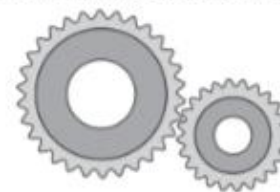
108 STEM Il grafico rappresenta l'allungamento ΔL di un filo di ferro in funzione della sua lunghezza iniziale L_0 , in seguito a un aumento di temperatura di 500 °C.



► Scrivi una formula che rappresenti la relazione tra le due grandezze, con ΔL in millimetri e L_0 in metri.

$$[\Delta L = 6 \cdot L_0]$$

182 Un ingranaggio è formato da due ruote dentate, una di esse ha 30 denti, l'altra ne ha 24.



- a) Quando la ruota minore ha fatto 10 giri, quanti giri ha fatto la ruota maggiore? [8]
b) Quando la ruota maggiore ha fatto 10 giri, quanti giri ha fatto la ruota minore? [12,5]

310 ESERCIZIO SVOLTO

→ Esercizi 311-313

Anna deve recarsi spesso a Genova. Sa che il costo del biglietto Ventimiglia - Genova è 16,40 €, mentre quello per l'abbonamento mensile è 118 €.

► A partire da quale numero di viaggi al mese conviene l'abbonamento?

Svolgimento

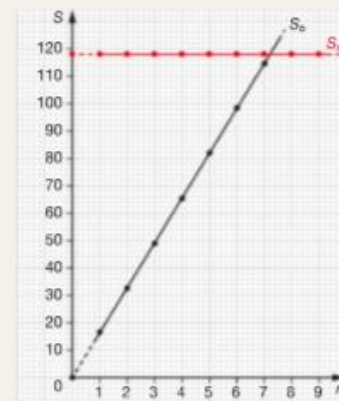
Scriviamo le formule che ci permettono di calcolare la spesa S_b dei biglietti in funzione del numero di viaggi n , e la spesa per l'abbonamento S_a :

$$S_b = 16,40n \quad \text{e} \quad S_a = 118$$

Possiamo risolvere l'esercizio sia per via algebrica sia per via grafica.

Metodo algebrico Per un numero n di viaggi tale che $16,40n = 118$ le due spese sarebbero equivalenti. La soluzione di questa equazione è $n = 118 : 16,40 \approx 7,2 > 7$. Quindi ad Anna conviene l'abbonamento mensile se in un mese si reca a Genova più di 7 volte.

Metodo grafico Rappresentiamo graficamente le due funzioni, S_b e S_a . Poiché il numero dei viaggi n corrisponde a un numero naturale, dobbiamo considerare solo i punti che hanno ascissa corrispondente a un numero naturale. Per facilitare la lettura, tracciamo anche le rette a cui appartengono i punti.



Dal grafico osserviamo che fino a un numero di viaggi uguale a 7, la spesa S_a è maggiore della spesa S_b , mentre per un numero di viaggi maggiore di 7 la spesa S_a è minore della spesa S_b . L'abbonamento conviene quindi per un numero di viaggi n maggiore di 7.

GRAZIE!

domingo.paola56@gmail.com
alfonsina.sibilla21@gmail.com
nadia.zamboni@iccogoleto.edu.it